

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI, TIZI-OUZOU

FACULTE DES SCIENCES  
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

## **THESE DE DOCTORAT**

SPECIALITE : PHYSIQUE  
OPTION : Matériaux

Présentée par  
OUIZA ARAR

Sujet :

### **Modélisation par FDTD des systèmes électromagnétiques : cas des matériaux anisotropes**

Devant le jury d'examen composé de :

Mourad ZEMIRLI	Professeur	UMMTO	Président
Omar LAMROUS	Professeur	UMMTO	Rapporteur
Fadi BAIDA	Professeur	Franche Comte	Co-directeur
Brahim GUIZAL	Professeur	Montpellier 2	Examineur
Mokrane TAMINE	Professeur	UMMTO	Examineur
Nadir BELDJOUDI	Professeur	USTHB	Examineur
Daniel VAN LABEKE	Professeur	Franche Comte	Invité

Soutenue le 28/02/2013

## Remerciements

Ce travail de thèse co-dirigé par Messieurs O. Lamrous et F.Baida a été réalisé au sein du laboratoire de Physique et Chimie Quantique de l'Université de Tizi-Ouzou et du laboratoire FEMTO-ST de l'université Franche Comté de Besançon.

Je remercie vivement F. Baida, Professeur à l'université Franche Comté de Besançon, pour m'avoir accueillie au sein de son équipe à Besançon et pour l'aide, le suivi et les précieux conseils qu'il m'a prodigués tout au long de mon séjour au sein de son laboratoire. Un grand merci surtout de m'avoir intégrée dans un projet de recherche national ANR dont je remercie tous les membres.

J'exprime ma vive gratitude à Monsieur B. Guizal, Professeur à l'Université de Montpellier 2, d'avoir accepté d'être le jury de ma thèse et surtout pour le code FMM qu'il a mis à ma disposition.

Je souhaite également témoigner ma profonde reconnaissance à Monsieur D.V Labeke, Professeur à l'Université Franche Comté de Besançon. Un immense merci pour ses conseils, sa disponibilité et ses explications toujours enrichissantes. Merci surtout pour m'avoir apportée la réponse à toutes les questions concernant la magnéto-optique et l'optique en général.

J'exprime mes remerciements à Monsieur O. Lamrous, Professeur à l'université de Tizi-Ouzou. Ses remarques toujours pertinentes et ses encouragements m'ont permis d'aller jusqu'au bout de ce travail.

Je suis extrêmement reconnaissante à Monsieur M. Zemirli, Professeur à l'université de Tizi-Ouzou pour avoir accepté de présider ce jury de thèse.

Je souhaite également remercier Monsieur M. Tamine, Professeur à l'université de Tizi-Ouzou et Monsieur N. Beldjoudi, Professeur à l'université de Bab Ezzouar qui m'ont fait l'honneur de juger ce travail.

J'exprime ma gratitude au Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique pour m'avoir permis de bénéficier d'une bourse PNE et d'un détachement de 18 mois, sans lesquels mon travail de recherche n'aurait pu aboutir.

J'adresse de francs remerciements à Madame F. Lalame, M. Hamidi, A. Belkhir, A. Boukkelal, A. Mezeghrane et M. Djouder pour leur disponibilité et leurs remarques

pertinentes lors de la rédaction de ce mémoire de thèse. Je remercie également Fatma pour son aide lors de l'impression de cette thèse.

Je voudrais remercier tous les membres du laboratoire PM-Duffieux pour l'ambiance chaleureuse de travail et pour l'esprit de l'équipe en particulier, Abdou, Elsie, Jhon, Benatou Said, Mathieu, Hui Hui, Malha, Chafia et Hakim. Je remercie également l'ensemble des membres du laboratoire LPCQ, les enseignants, les doctorants, secrétaires et le personnel du département de physique.

Un grand merci à mes ami(es) qui m'ont toujours soutenu et encouragé. Merci à: Noria, Djamila, Lila, Amel, Salim, Salim Bouchiki, Abdesalam et à tous ceux qui de près ou de loin ont contribué à la réalisation de ce travail.

Je ne saurais oublier de remercier toutes les personnes qui me sont très chères en particulier, mes parents pour m'avoir guidée, mon oncle Ahmed, mes frères, mes sœurs, mes neveux (Basset, Youyou, Karim, Sami), ma nièce (Lina), mes beaux frères et tous les proches.

Enfin, j'exprime ma dernière pensée à mon mari Hassen qui m'a soutenu et qui m'a encouragé durant ce travail, et à qui je dédicace ce travail. Merci surtout d'être toujours présent pour moi et d'être patient.

# Sommaire

<b>Introduction Générale</b>	1
<b>Chapitre 1 : Généralités</b>	7
1.1. Propriétés des ondes électromagnétiques	8
1.2. Polarisation de la lumière	8
1.3. Classification des ondes électromagnétiques	9
1.4. Equations de Maxwell	9
1.5. Equations constitutives	11
1.6. Equation de propagation	11
1.7. Conditions de continuités à l'interface de deux milieux	12
1.8. Transversalité des modes	12
1.9. Milieux isotropes, dispersifs, anisotropes	12
1.10. Les différents effets optiques	15
1.11. Origine physique des effets magnéto-optiques	16
1.12. Principaux effets magnéto-optiques	19
1.13. Matériaux magnéto-optiques	22
1.14. Applications des effets magnéto-optiques	23
1.15. Conclusion	28
<b>Chapitre 2 : Outils théoriques et implémentations</b>	29
2.1. Introduction	30
2.2. Méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD)	30
2.2.1. Principe de la méthode FDTD	30
2.2.2. Méthode FDTD pour les milieux isotropes	31
2.2.3. Intégration des modèles de Drude et Drude Lorentz dans l'Algorithme FDTD	35
2.2.4. FDTD en incidence oblique (technique FDTD-SFM)	37
2.2.5. FDTD pour les matériaux anisotropes	41
2.2.6. Dispersion numérique et condition de stabilité de l'algorithme FDTD	46
2.2.7. Condition d'absorption aux frontières	46
2.3. Autres méthodes de simulations	49

2.3.1. Etude de l'effet non-réciproque dans un réseau 1D et 2D	49
2.4. Méthodes de simulation	54
2.5 Conclusion	61
<b>Chapitre 3: Modélisation de structures métallique à ouvertures annulaires : excitation du mode TEM</b>	<b>62</b>
3. 1. Introduction	63
3.2. Structure du champ électromagnétique dans un guide d'onde coaxial	64
3.3 Etude de la transmission exaltée à travers des nanostructures AAA	69
3.3.1. Etude de la transmission exaltée à travers des nanostructures à ouvertures annulaires (AAA)	78
3.3.2. Excitation du mode TEM dans des structures AAA en incidence normale	80
3.4. Conclusion	84
<b>Chapitre 4 : Modélisation des structures magnéto-optiques</b>	<b>85</b>
4.1. Etude des matériaux magnétiques dans des structures photoniques	86
4.1.1. Introduction	86
4.1.2. Test de la simulation 2D anisotrope	88
4.2. Etude des structures photoniques à base de matériaux magnéto-optiques	90
4.2.1. Structure anisotrope 1D (CP1D)	90
4.2.2. Extension d'un CP1D anisotrope à la structure 2D	93
4.3. Structure 2D triangulaire contenant des défauts	97
4.3.1. Etude des cavités magnéto-optiques à aimantation non-uniforme	97
4.4. Etude d'un circulateur à base d'une cavité à aimantation non uniforme	100
4.4.1. Effet d'une aimantation statique perpendiculaire au plan de propagation	102
4.5. Etude des cavités magnéto-optiques à aimantation uniforme	105
4.6. Etude d'un circulateur à base d'une cavité à aimantation non uniforme	107
4.6.1. Effet d'une aimantation statique perpendiculaire au plan de propagation	109
4.7. Conclusion	110
<b>Conclusion Générale</b>	<b>111</b>
<b>Références Bibliographiques</b>	<b>113</b>

## **Introduction générale**

La nanophotonique est la science qui étudie le comportement de la lumière à l'échelle nanométrique. Elle a pour objectif de comprendre, de contrôler l'émission de la lumière, son confinement et son guidage dans des systèmes artificiels dont les dimensions sont le plus souvent inférieures à la centaine de nanomètres. La nanophotonique couvre un très large domaine d'activité, et connaît actuellement un développement croissant en raison des nombreuses applications potentielles envisagées dans des domaines aussi différents que les sciences de l'information et la médecine. Ce développement est encouragé par les avancées récentes réalisées dans les moyens de fabrication et de caractérisation des matériaux, qui permettent aujourd'hui aux chercheurs de manipuler la matière à l'échelle nanométrique avec une aisance sans précédent. La plasmonique, les nanotubes, les cristaux photoniques sont autant de thématiques qui font actuellement l'objet de nombreuses recherches théoriques et expérimentales pour l'amélioration des performances des composants optiques intégrés.

Les matériaux photoniques sont obtenus par structuration périodique de leur indice optique [1,2]. La structure particulière de leur diagramme de dispersion leur confère la possibilité de contrôler la propagation de la lumière sur de faibles distances de l'ordre de la longueur d'onde. Ils sont à la base de nombreux dispositifs optiques tels que les miroirs à haute réflectivité [3], les filtres optiques [4], les cavités résonantes [5], les multiplexeurs [6], etc... Bien que des progrès dans la compréhension des phénomènes physiques de ces composants soient enregistrés, les propriétés optiques qu'exhibent les nanomatériaux en

présence d'un champ magnétique restent mal comprises et peu étudiées. Ces matériaux dits magnéto-photoniques présentent des effets de non-réciprocité, autrement dit, ils ont la possibilité de guider la lumière dans un sens et de la bloquer dans le sens inverse. Cette nouvelle propriété peut être exploitée dans la fabrication des nano-composants non-réciproques pour l'optique intégrée, tels que les isolateurs et les circulateurs [7-9].

Dans la première partie de cette thèse, nous nous sommes intéressés aux structures annulaires qui présentent une grande potentialité dans les applications de transmission optique exaltée (TOE). Afin de situer ce sujet, rappelons que la TOE a été introduite pour la première fois en 1998 par T.W Ebbesen dans les réseaux à ouvertures cylindriques gravées sur un film métallique opaque [10-14]. Il a été montré que la transmission normalisée mesurée à travers ce réseau est plus grande à celle obtenue à travers une seule ouverture. Ce qui explique que la réponse collective des ouvertures est à l'origine de cette TOE. Depuis ces observations, plusieurs études expérimentales et théoriques ont été menées pour mettre en exergue les effets des paramètres géométriques et physico-chimiques de ces structures sur la TOE. Dans ce contexte, des travaux ont montré que la TOE à travers une structure à ouvertures cylindriques, réalisées à partir de couches minces opaques et métalliques augmente lorsque on choisit un grand rapport de la surface creuse sur la surface pleine. La somme des intensités lumineuses transmises par chacune des ouvertures reste très petite par rapport à la transmission collective du réseau. De nombreux travaux ont attribué ce phénomène à l'exaltation de plasmons de surface [15-19], bien qu'il existe d'autres explications en relation avec les résonances induites par les cavités [20-23]. A ce niveau, il faut remarquer que le choix des paramètres et de la méthodologie de conception est une des étapes importantes dans l'étude et l'optimisation de ces structures. C'est pour ces raisons que la simulation théorique s'avère très utile car dans ce cas elle permet d'éviter des essais répétitifs, souvent longs et coûteux. Dans ce contexte, le premier calcul de la transmission à travers une grille bidimensionnelle a été développé par Popov et al. [23] au moyen de la méthode modale de Fourier. La méthode d'expansion modale des champs est utilisée pour calculer les spectres de transmission à travers un réseau bidimensionnel constitué de trous [19, 24]. On peut également citer la méthode dite différentielle développée par Salomon pour simuler la transmission bidimensionnelle à travers un film mince doté de trous [25]. Dans ce cas, l'amélioration de la transmission est attribuée aux résonances de cavité [20-22]. Par contre, Vigoureux [26] analyse l'expérience d'Ebbesen en termes de diffraction à courte portée des ondes évanescentes. Ce phénomène TOE peut être comparé à celui obtenu avec les composants de surface sélective en fréquence dans la région

spectrale allant du proche infrarouge aux micro-ondes [27, 28]. Ces composantes sont utiles pour un large domaine d'applications telles que les interféromètres de Fabry-Pérot, les filtres, les coupleurs pour la sortie de la cavité laser ou tout simplement comme polariseurs. Leurs réponses spectrales sont directement liées à leurs paramètres géométriques tels que l'épaisseur, la taille, la période et en particulier la forme de l'ouverture. Le lecteur peut trouver dans la référence [29], une synthèse des travaux portant sur la TOE à travers les réseaux à ouvertures cylindriques. L'interprétation de la TOE basée aussi bien sur les ondes de plasmons de surface que sur la propagation des modes guidés plasmoniques est rapportée dans la référence [30]. En somme, le défi est de construire des structures périodiques à petites ouvertures réalisées dans des plaques métalliques opaques qui permettent la transmission de lumière pour les longueurs d'onde beaucoup plus grandes que la période du réseau. Une idée simple est alors apparue qui consiste à obtenir et à améliorer la TOE basée sur un mode guidé qui pourrait être transmis indépendamment des ouvertures. Ainsi, la première structure proposée est celle d'un réseau à ouverture annulaire (Array Annular Aperture en anglais) [31, 32] qui supporte un mode guidé sans coupure, à savoir le mode TEM. Cette structure permet de multiplier par un facteur cinq la TOE comparativement à la structure à ouvertures cylindriques [33-38]. Notons au passage que les structures AAA à base de conducteurs électriques parfaits ont été étudiées depuis 1988 [39] mais en dehors du contexte de la TOE. La démonstration expérimentale de la TOE à travers les structures AAA a d'abord été réalisée en 2005 [40] dans le domaine infra-rouge, suivi par d'autres études [41-52] réalisées sur une grande gamme spectrale. La première démonstration numérique de la TOE à travers la structure AAA en comparaison avec la structure composée de cylindriques a été publiée dans la référence [33]. Les ouvertures annulaires considérées sont obtenues en ajoutant de petits cylindres métalliques à l'intérieur des ouvertures cylindriques. La diminution de la zone creuse conduit alors à une transmission accrue pour les grandes longueurs d'onde.

Dans la deuxième partie de cette thèse, nous nous sommes intéressés aux interactions lumière-matière au sein d'un matériau magnéto-optique. Ces interactions, et plus particulièrement deux d'entre elles à savoir l'effet Faraday et l'effet Kerr magnéto-optique, ont été mises à contribution dans des applications diverses couvrant le domaine de télécommunication, le stockage de l'information et de la visualisation. La non-réciprocité des interactions magnéto-optiques permet la conception et la réalisation de dispositifs optiques tels que l'isolateur ou le circulateur. Ces deux composants ont plusieurs applications. Ils peuvent servir à éliminer les ondes réfléchies des composants mal adaptés dans des circuits



complexes. Ils sont également utilisés dans l'acheminement des signaux dans des dispositifs tels que les multiplexeurs. Le principe de fonctionnement de ces composants est basé sur une propriété unique: la non-réciprocité de l'effet Faraday. L'application la plus importante d'un isolateur est d'empêcher les retours optiques qui compromettent l'efficacité de dispositifs électroniques utilisant les sources lasers et les amplificateurs. De même, ces isolateurs sont très utiles pour assurer une amplification de la lumière. Généralement un isolateur est constitué d'un volume de matériau magnéto-optique placé entre deux polariseurs. Le principe de fonctionnement d'un isolateur optique commercialisé aujourd'hui est l'effet magnéto-optique de rotation de polarisation (effet Faraday). Cet effet est habituellement utilisé dans des matériaux massifs. Le niveau d'isolation atteint est de l'ordre de 20 à 30 dB ce qui reste suffisant pour protéger la source laser du signal de retour. Toutefois leur intégration au sein de puce optique reste très difficile vu l'incompatibilité technologique entre les matériaux magnéto-optiques classiques et les substrats conventionnels (la cristallisation d'un matériau tel que le grenat d'yttrium et de fer (YIG – YFe5012) nécessite une température de l'ordre de 800°C qui rend un dépôt impossible sur des substrats type verre, polymère, silicium ou semi-conducteur). Les composants non réciproques les mieux adaptés à l'optique intégrée sont basés sur l'effet magnéto-optique Kerr transverse. Généralement la faiblesse relative des propriétés non-réciproques des matériaux magnéto-optiques habituellement utilisés empêche toute conception d'isolateur ou de circulateur optique intégrable. Une solution envisagée aujourd'hui est d'exalter de manière artificielle les propriétés intrinsèques des matériaux en nano-structurant ces derniers. Plusieurs isolateurs intégrés à base de matériaux magnéto-optiques structurés en cristaux photoniques ont été proposés. On cite les derniers travaux de M. Vanwolleghem [53] où il montre l'apparition d'une bande interdite unidirectionnelle fonctionnant avec une aimantation uniforme grâce à la structure 2D triangulaire de type trèfle. Les effets magnéto-optiques à base de cristal photonique ont été exploités également dans la conception et la fabrication des circulateurs magnéto-optiques. Dans les travaux de Fan [54, 55], un circulateur à base d'un cristal photonique a été proposé. Il est constitué d'une cavité résonnante à aimantation non uniforme. Le principe de fonctionnement de ce circulateur est décrit par la théorie de perturbation. L'auteur montre une isolation de 30dB entre les deux ports de sortie. Malgré le taux important d'isolation que présente ce circulateur sa mise en œuvre reste une tâche très difficile. Une autre configuration a été proposée très récemment par S. Wojciech [56] avec une possibilité de réalisation technologique très simple. Il s'agit d'une nouvelle classe de circulateur compact intégré possédant un niveau d'isolation très important. Ce circulateur est constitué d'une cavité non réciproque sous forme d'anneaux concentriques

de type réseau de Bragg. Ce dispositif fonctionne sous un champ magnétique extérieur. En utilisant une description basée sur les modes couplés entre la cavité et les guides d'onde constituant ce circulateur, l'auteur montre numériquement un taux d'isolation de 20dB aux fréquences télécom et sur une bande passante de 130GHz.

En ce sens, notre contribution comprend deux parties. La première s'inscrit dans la continuité du travail de thèse de A. Belkhir [57]. Elle concerne la modélisation des structures périodiques, métalliques éclairées en incidence oblique. Elle est réalisée via un code de calcul de spectres de transmission construit à partir de la méthode de la décomposition des champs (Split-Field-Method SFM).

La seconde partie s'intéresse aux effets induits par l'anisotropie et les propriétés magnétiques de ces matériaux. Un code FDTD anisotrope est développé et utilisé pour déterminer les propriétés optiques des structures magnéto-photoniques à une (1D) et deux dimensions (2D). Les diagrammes de bandes et les courbes iso-fréquences de ces structures sont alors calculés et discutés et par la suite appliquées pour la caractérisation d'un circulateur magnéto-optique.

Ce travail de thèse réalisé dans le cadre d'une collaboration entre le Laboratoire de Physique et Chimie Quantique de l'Université de Tizi-Ouzou et le Département d'Optique P.M. Duffieux de l'Institut FEMTO-ST de Besançon est organisé en quatre chapitres.

Le premier chapitre renseigne sur l'état des connaissances des cristaux photoniques et des effets magnéto-optiques. Les travaux récents portant sur la conception et la fabrication des isolateurs et des circulateurs exploitant l'effet Kerr magnéto-optiques sont également rapportés.

Le deuxième chapitre présente les méthodes numériques utilisées dans ce travail pour effectuer le calcul de la transmission et des diagrammes de bandes des structures magnéto-optiques 1D et 2D.

Le troisième chapitre expose les résultats de simulation portant sur l'excitation du mode TEM de structures métalliques à ouvertures annulaires éclairées en incidence oblique et polarisées TM, obtenus à l'aide du code SFM-FDTD dans lequel est implémenté les modèles de dispersion de Drude et de Drude Lorentz. Les possibilités de transmissions exaltées à

travers les ouvertures sont discutées et analysées. Cette transmission est également étudiée dans le cas d'une incidence normale à travers des configurations particulières

Enfin, le quatrième et dernier chapitre présente les tests de validité du code FDTD anisotrope. Des calculs de diagrammes de bande et de courbes iso-fréquences des structures photoniques  $1D$  et  $2D$  à base de matériaux magnéto-optiques sont présentés. Des propriétés optiques pour la réalisation et la fabrication des composants non-réciproques sont mises en exergue.

# **Chapitre 1**

## **Généralités**

Dans ce chapitre nous allons donner un aperçu des différentes notions utilisées dans le domaine de l'électromagnétisme et plus spécifiquement dans le cas de l'optique physique. Nous allons nous intéresser en particulier aux effets magnéto-optiques qui font l'objet de la deuxième partie de cette thèse. Nous évoquerons leurs origines physiques, leurs manifestations, leurs caractéristiques principales et enfin leurs applications.

## 1.1. Propriétés des ondes électromagnétiques

La lumière est une onde électromagnétique qui correspond à la propagation d'un champ électrique et d'un champ magnétique transverse (figure-1.1). Elle est décrite par les équations de Maxwell qui constituent les postulats de base de l'électromagnétisme.

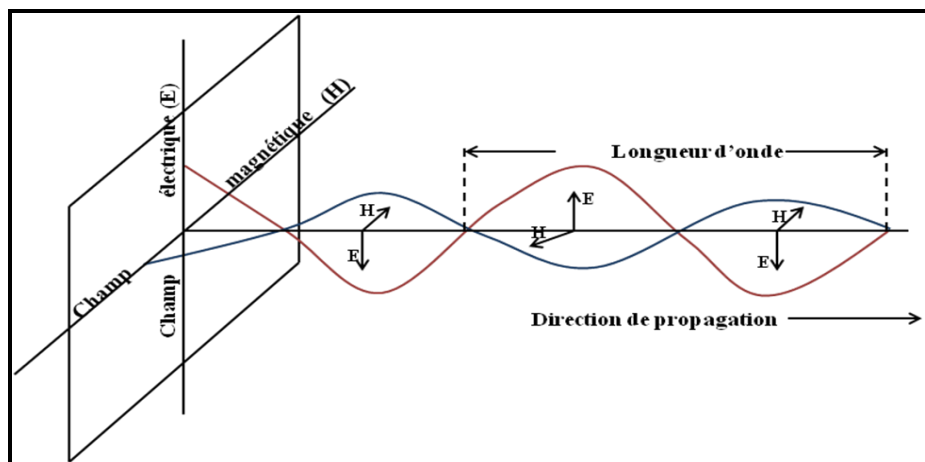


Figure-1.1: Structure d'une onde électromagnétique plane

## 1.2. Polarisation de la lumière

La polarisation de la lumière caractérise l'orientation du champ électrique lors de sa propagation en fonction du temps. Lorsque l'extrémité du vecteur champ électrique décrit un cercle on parle d'une polarisation circulaire. Dans le cas où l'extrémité du vecteur champ électrique décrit une ellipse on dit que la polarisation est elliptique. Une polarisation est dite rectiligne quand l'extrémité du vecteur champ électrique décrit un segment de droite. Ces trois types de polarisations sont représentés dans les figures 1.2a, 1.2b et 1.2c.

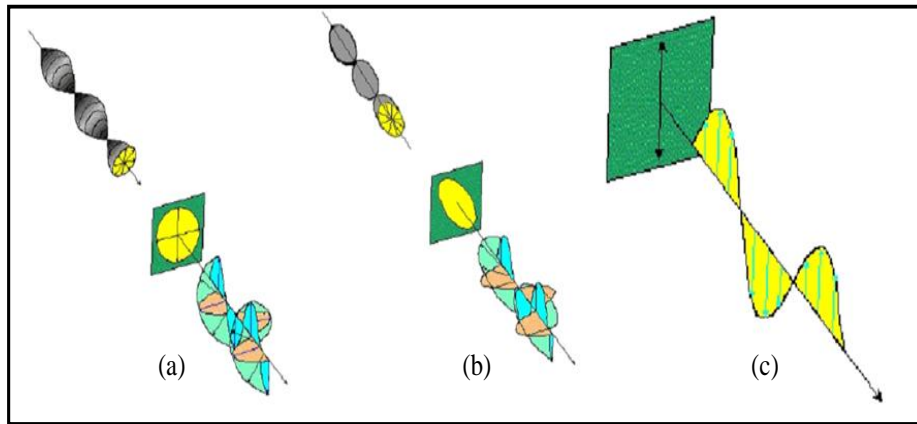


Figure-1.2: a) Polarisation circulaire, b) Polarisation elliptique, c) Polarisation rectiligne

### 1.3. Classification des ondes électromagnétiques

Un spectre électromagnétique est la décomposition d'un rayonnement électromagnétique en fonction de la longueur d'onde ou bien de la fréquence. La figure-1.3 indique les valeurs des longueurs d'ondes du spectre électromagnétique ainsi que certaines applications dans chaque gamme spectrale.

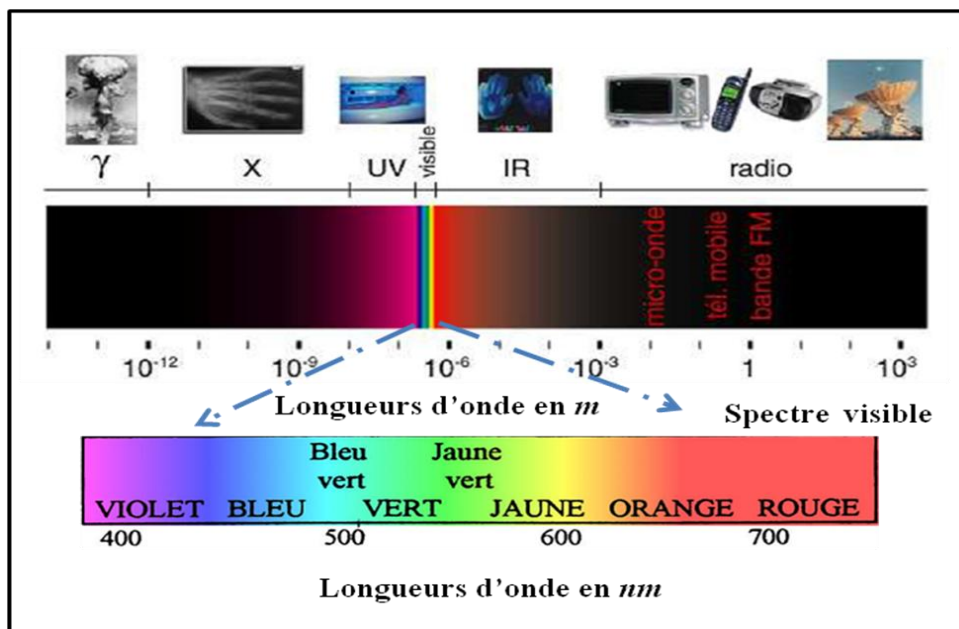


Figure-1.3: Spectre électromagnétique

### 1.4. Equations de Maxwell

C'est vers la fin du 19<sup>ème</sup> siècle que J. C. Maxwell a proposé un ensemble de quatre équations en regroupant les équations de Faraday, Ampère et Gauss. Ces équations relient le champ électrique  $\vec{E}$  (ou l'induction électrique  $\vec{D}$ ) et le champ magnétique  $\vec{H}$  (ou induction

magnétique  $\vec{B}$ ) à leurs sources (densité de charge  $\rho$  et densité de courant  $\vec{j}$ ) par l'intermédiaire de trois paramètres: la conductivité électrique  $\sigma$ , la perméabilité magnétique  $\mu$  et la permittivité électrique  $\varepsilon$ . Ces trois paramètres apparaissent dans les équations de Maxwell et peuvent:

- prendre la forme de tenseur afin de décrire l'anisotropie du milieu;
- disposer d'une partie complexe pour décrire l'absorption du milieu;
- dépendre de la fréquence afin de décrire le caractère dispersif du milieu;

Les équations de Maxwell peuvent s'écrire sous la forme différentielle ou intégrale dans le domaine temporel ou fréquentiel, elles sont données par:

**a) Equation de Maxwell-Faraday:**

Elle décrit comment la variation d'un champ magnétique peut engendrer un champ électrique. Ainsi, un aimant en rotation crée un champ magnétique en mouvement qui génère un champ électrique. L'équation de Maxwell-Faraday s'écrit:

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

**b) Equation de Maxwell-Ampère:**

Cette équation énonce que les champs magnétiques peuvent être générés de deux manières: par les courants électriques et par la variation d'un champ électrique. Elle est donnée par:

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j} \quad (1.2)$$

**c) Loi de Gauss pour le champ électrique:**

Elle décrit comment un champ électrique est généré par des charges électriques. Plus précisément, cette loi relie le flux électrique à travers n'importe quelle surface de Gauss fermée avec la charge électrique. Elle s'écrit sous la forme:

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.3)$$

**a) Loi de Gauss pour le champ magnétique:**

Cette équation montre que le flux magnétique total à travers n'importe quelle surface de Gauss est nul. Elle s'écrit:

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (1.4)$$

### 1.5. Equations constitutives

Les équations de Maxwell précédentes sont complétées par les deux équations constitutives caractérisant les différents milieux matériels constituant le domaine considéré. Pour un milieu linéaire, isotrope et homogène, les relations liants les champs électromagnétiques aux inductions sont données par:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (1.5)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad (1.6)$$

$\mu_r$ ,  $\varepsilon_r$  sont respectivement la perméabilité et la permittivité relative du milieu:

$\mu_0$ ,  $\varepsilon_0$  sont respectivement la perméabilité et la permittivité du vide elles sont reliées à la vitesse de la lumière  $c$  par la relation:

$$\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1 \quad (1.7)$$

avec:

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H/M}, \quad \varepsilon_0 = (36\pi 10^9)^{-1} \text{ F/m}, \quad c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

### 1.6. Equation de propagation

On peut à partir des équations de Maxwell établir une équation de propagation en prenant le rotationnel de  $\vec{E}$  à l'aide de l'équation de Maxwell-Ampère. Cette équation donne l'équation de propagation du champ électrique qui s'écrit:

$$\vec{\nabla} \Lambda \left( \frac{1}{\mu_r} \vec{\nabla} \Lambda \vec{E} \right) - k_0^2 \varepsilon_r \vec{E} = j \omega \mu_0 \vec{j} \quad (1.8)$$

L'équation de propagation du champ magnétique s'obtient de la même manière. Elle est donnée par:

$$\vec{\nabla} \Lambda \left( \frac{1}{\varepsilon_r} \vec{\nabla} \Lambda \vec{H} \right) - k_0^2 \mu_r \vec{H} = \vec{\nabla} \Lambda \vec{j} \quad (1.9)$$

où:

$k_0$  est le vecteur d'onde dans le vide. Il est donné par:

$$k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$



### 1.7. Conditions de continuités à l'interface de deux milieux

Lorsqu'une onde électromagnétique traverse une interface séparant deux milieux optiques, il est nécessaire d'introduire des conditions aux limites qui expriment la continuité des composantes tangentielles et normales des champs électriques et magnétiques. Ces conditions se présentent sous la forme:

$$E_{2t} - E_{1t} = 0 \quad (1.10)$$

$$H_{2t} - H_{1t} = j_s \quad (1.11)$$

$$D_{2N} - D_{1N} = \sigma \quad (1.12)$$

$$B_{2N} - B_{1N} = 0 \quad (1.13)$$

Les équations (1.10-1.13) expriment la continuité des composantes tangentielles  $E_t$  et  $H_t$  et des composantes normales  $D_N$  et  $B_N$  à l'interface entre les deux milieux 1 et 2.

### 1.8. Transversalité des modes

Dans le cas de la propagation guidée, la résolution de l'équation de propagation après application des conditions de continuités entraîne des distributions particulières des champs électromagnétiques. Ces solutions sont appelées les modes guidés. Ainsi, dans le cas où les vecteurs champs électriques et magnétiques sont perpendiculaires au plan d'incidence le mode est dit transverse électrique et magnétique (TEM). Dans le cas où c'est le champ électrique qui est perpendiculaire au plan d'incidence, le mode est dit transverse électrique (TE). Le mode transverse magnétique (TM) est caractérisé par un champ magnétique transverse au plan d'incidence. Enfin, le mode hybride HEM correspond à la situation où ni le champ électrique, ni le champ magnétique ne sont transverses.

### 1.9. Milieux isotropes, dispersifs, anisotropes

#### a) Milieux isotropes

Un milieu est isotrope si ses propriétés physiques sont identiques quelque soit la direction d'observation. Sa permittivité diélectrique s'écrit  $\varepsilon = \varepsilon * I$  où  $I$  désigne la matrice identité. La polarisation  $\vec{P}$  et l'induction électrique  $\vec{D}$  sont parallèles au champ électrique  $\vec{E}$  et le vecteur de Poynting  $\vec{S}$  est parallèle au vecteur d'onde  $\vec{k}$  pour une onde plane.

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \quad (1.14)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} \quad (1.15)$$

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \quad (1.16)$$

où:

$\chi$  représente la susceptibilité électrique.

De plus, si la permittivité diélectrique est constante d'un point à l'autre, le milieu est dit homogène.

### b) Milieux dispersifs

Un milieu est dit dispersif si sa fonction diélectrique varie en fonction de la fréquence  $\omega$ . Dans le cas des milieux métalliques, la permittivité diélectrique est généralement décrite dans le domaine du visible par le modèle de Drude ou celui de Drude Lorentz.

#### - Modèle de Drude:

Ce modèle prend en compte uniquement la contribution des électrons de conduction et ne s'applique qu'aux métaux alcalins. La dépendance en fréquence de leur permittivité relative est décrite par:

$$\varepsilon_D(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma_D)} \quad (1.17)$$

où:

$\omega_p = \left( \frac{n_e e^2}{m \varepsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}}$  est la fréquence plasma des électrons de masse  $m$ , de charge  $e$  et de densité  $n_e$ .

$\varepsilon_\infty$  représente la permittivité relative du métal à des fréquences infinies, généralement prise égale à 1 et  $\gamma_D$  est homogène à l'inverse d'un temps, est une constante d'amortissement caractéristique de l'ensemble des processus de collision subit par l'électron lors de son déplacement (collision électron-électron, électron-phonon, électron-défaut, ...).  $\gamma_D$  peut être considéré comme l'inverse du temps moyen séparant deux collisions consécutives. Signalons que ce paramètre dépend de la pulsation et de la température.

### - Modèle de Drude Lorentz

Ce modèle tient compte de la contribution aussi bien des électrons de conduction que des électrons liés. Il décrit généralement la fonction diélectrique des métaux nobles tels que l'or et l'argent par l'expression:

$$\varepsilon_{DL}(\omega) = \varepsilon_{\infty} - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma_D)} - \frac{\Delta\varepsilon\Omega_l^2}{(\omega^2 - \Omega_l^2 + i\omega\Gamma_l)} \quad (1.18)$$

où  $\Gamma_l$  et  $\Omega_l$  désignent respectivement le coefficient de frottement et la constante de rappel de l'oscillateur et  $\Delta\varepsilon$  est la force de l'oscillateur.

### c) Milieux anisotropes et milieux biréfringents

Un milieu anisotrope est un milieu dont les propriétés optiques varient selon la direction de propagation de l'onde. Le vecteur d'onde et le rayon lumineux ne sont plus colinéaires et donc les grandeurs qui définissent les propriétés de ces milieux sont tensorielles. Ainsi, la polarisation  $\vec{P}$  et l'induction électrique  $\vec{D}$  ne sont plus parallèles à  $\vec{E}$ . La direction de propagation de l'énergie lumineuse et donc celle du rayon lumineux sont données par le vecteur de Poynting  $\vec{S}$ . Il est à noter que  $\vec{S}$  et  $\vec{k}$  ne sont pas colinéaires, alors qu'ils l'étaient pour un milieu isotrope. Autrement dit, un paquet d'onde (rayon lumineux) ne se propage pas dans la direction du vecteur d'onde  $\vec{k}$  comme le montre la figure-1.4, sauf dans des directions privilégiées.

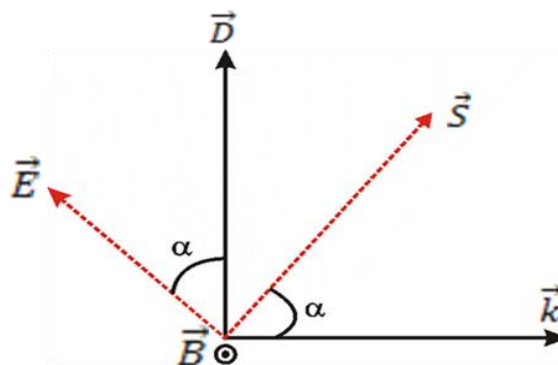


Figure-1.4: Structure d'une onde plane dans un milieu anisotrope.

Ainsi, une lumière incidente polarisée linéairement devient elliptique lorsqu'elle se propage dans ces milieux. Ils sont dits milieux optiquement anisotropes.

Certains matériaux anisotropes (cristaux) présentent de la biréfringence, c'est-à-dire qu'ils provoquent une double réfraction. Autrement dit, on observe un dédoublement d'un faisceau lumineux qui traverse ce matériau.

Certains milieux isotropes peuvent devenir biréfringents sous l'action de contraintes extérieures telles que l'application d'un champ électrique (effet électro-optique) [58], d'une déformation (effet acousto-optique) [59], d'un champ magnétique (effet magnéto-optique) [60], etc... On parle dans ce cas d'une biréfringence induite ou provoquée. En effet, la contrainte extérieure peut modifier l'orientation des atomes (molécules) ou déformer le nuage électronique. Ceci a pour conséquence de modifier le tenseur de permittivité diélectrique et d'induire des propriétés de polarisation de la lumière. Ces effets sont très importants car ils permettent de moduler les propriétés optiques en fonction des modifications de ces champs extérieurs. Dans ce qui suit, nous donnerons un aperçu de ces effets optiques.

## **1.10. Les différents effets optiques**

### **a) Effets électro-optiques**

Certains matériaux isotropes voient leurs propriétés optiques changer lorsqu'ils sont soumis à un champ électrique statique. On parle alors des effets électro-optiques. Ces derniers rassemblent l'effet Pockels où la variation d'indice optique est proportionnelle au champ électrique et l'effet Kerr qui correspond à une variation de l'indice de réfraction proportionnelle au carré du champ électrique. Ces effets ont été largement exploités dans la conception des dispositifs à base de guides d'ondes tels que les modulateurs et les commutateurs.

### **b) Effets acousto-optiques**

Ils résultent de l'interaction d'une onde lumineuse avec une onde acoustique. Les domaines d'applications de l'acousto-optique sont variés. Tout d'abord, elle permet de caractériser point par point et en temps réel le faisceau acoustique sur toute son étendue. En plus, c'est une méthode de détermination des propriétés acoustiques et photo-élastiques des matériaux. Il existe de nombreux dispositifs acousto-optiques. On peut citer, entre autres, les déflecteurs et les modulateurs acousto-optiques.

### **c) Effets magnéto-optiques**

Un champ magnétique statique peut modifier les propriétés optiques d'un matériau en agissant sur les constituants de la matière et en modifiant ainsi leurs interactions avec la

lumière. En effet, si on considère une onde polarisée linéairement, lors de son interaction avec une surface magnétique celle-ci subit, comme indiqué dans la figure-1.5, une rotation  $\alpha$  de son axe de polarisation et une modification de son ellipticité  $\varepsilon$ .

L'effet magnéto-optique se caractérise donc par une modification de l'état de polarisation d'une onde lumineuse interagissant avec un milieu aimanté ou placé dans un champ magnétique.

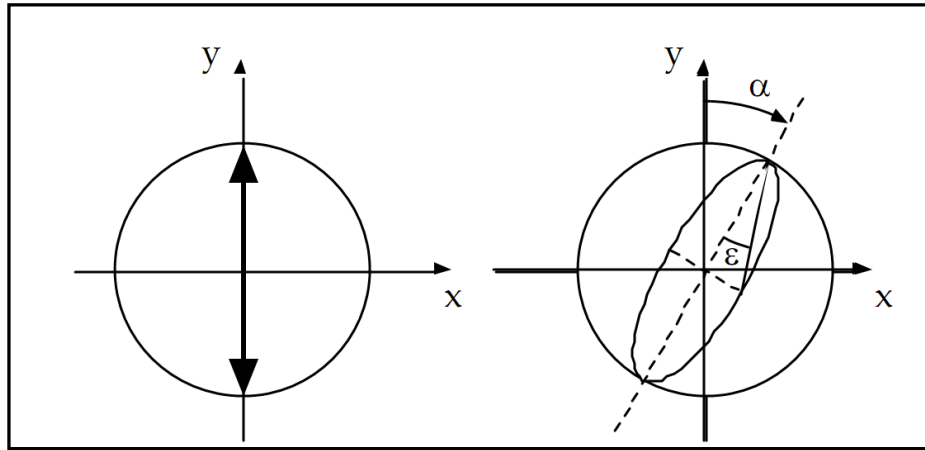


Figure -1.5: Une lumière polarisée linéairement (à gauche) subit une rotation  $\alpha$  de sa polarisation ainsi qu'une ellipticité  $\varepsilon$  après réflexion sur surface aimantée.

### 1.11. Origine physique des effets magnéto-optiques

La théorie classique du mouvement de l'électron permet de comprendre l'origine des effets magnéto-optiques. Ainsi, si on considère un système d'électrons de masse  $m$  et de charge  $e$  soumis à un champ électrique oscillant  $\vec{E}$  et un champ magnétique statique  $\vec{H}$ , l'équation de mouvement de l'électron s'écrit:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \frac{m}{\tau} \frac{d\vec{r}}{dt} = -e\vec{E} - e \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{B} \quad (1.19)$$

où  $\vec{r}$  et  $\tau$  désignent respectivement le déplacement des électrons et le temps de relaxation.

Le mouvement des électrons génère une densité du courant qui s'exprime par :

$$\vec{j} = -Ne \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1.20)$$

où  $N$  est la densité des électrons

L'équation (1.19) devient:

$$m \frac{d\vec{j}}{dt} + \frac{m}{\tau} \vec{j} = Ne^2 \vec{E} - e\mu_0 \vec{j} \wedge \vec{H} \quad (1.21)$$

En considérant que  $\vec{j} = \vec{j}_0 \exp(-i\omega t)$  et pour un champ magnétique  $\vec{H}$  appliqué le long de l'axe  $z$ , la résolution de l'équation (1.21) donne les composantes de la densité de courant suivantes:

$$j_{0x} = \sigma_0 \frac{(1-i\omega\tau)}{(1-i\omega\tau)^2 + \omega_c^2\tau_0} E_{0x} - \sigma_0 \frac{\omega_c\tau}{(1-i\omega\tau)^2 + \omega_c^2} E_{0y} \quad (1.22)$$

$$j_{0y} = \sigma_0 \frac{\omega_c\tau}{(1-i\omega\tau)^2 + \omega_c^2\tau_0} E_{0x} + \sigma_0 \frac{(1-i\omega\tau)}{(1-i\omega\tau)^2 + \omega_c^2} E_{0y} \quad (1.23)$$

$$j_{0z} = \sigma_0 \frac{1}{(1-i\omega\tau)} E_{0z} \quad (1.24)$$

où:

$\sigma_0 = \frac{Ne^2\tau}{m}$  est la conductivité électrique statique,  $\omega_c = \frac{e\mu_0 H}{m}$  désigne la fréquence cyclotron

et  $\omega_p = \left(\frac{n_e e^2}{m\epsilon_0}\right)^{\frac{1}{2}}$  correspond à la fréquence plasma.

Sachant que  $\vec{J} = [\sigma] \vec{E}$  où  $\sigma$  est le tenseur de la conductivité électrique et que

$[\epsilon] = [\epsilon_0] + \frac{i}{\omega} [\sigma]$ , les composantes de  $[\epsilon]$  déduites des équations (1.22) à (1.24) s'écrivent:

$$[\epsilon] = \epsilon_0 I + i \frac{Ne^2\tau}{\omega m} \begin{bmatrix} \frac{(1-i\omega\tau)}{(1-i\omega\tau)^2 + \omega_c^2\tau^2} & -\frac{\frac{e\mu_0 H}{m}\tau}{(1-i\omega\tau)^2 + \omega_c^2\tau^2} & 0 \\ \frac{\frac{e\mu_0 H}{m}\tau}{(1-i\omega\tau)^2 + \omega_c^2\tau} & \frac{(1-i\omega\tau)}{(1-i\omega\tau)^2 + \omega_c^2\tau^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-i\omega\tau)} \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

$I$  est la matrice identité.

Dans le cas des fréquences optiques ( $\omega\tau \gg 1$ ), l'équation (1.25) se simplifie et devient:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}\right) & i\varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega} \frac{e\mu_0 H/m}{(\omega^2 - \omega_c^2)} & 0 \\ -i\varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega} \frac{e\mu_0 H/m}{(\omega^2 - \omega_c^2)} & \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

Pour des fréquences  $\omega_c$  très petites devant les fréquences optiques, les composantes de  $[\varepsilon]$  sont:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 - \varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left[1 + \frac{e^2 \mu_0^2 H^2}{m^2 \omega^2}\right] & i\varepsilon_0 \omega_p^2 \frac{e^3 \mu_0 H}{m\omega^4} & 0 \\ -i\varepsilon_0 \omega_p^2 \frac{e^3 \mu_0 H}{m\omega^4} & \varepsilon_0 - \varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left[1 + \frac{e^2 \mu_0^2 H^2}{m^2 \omega^2}\right] & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

et:  $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = 0$

L'équation (1.27) montre que les termes diagonaux du tenseur permittivité deviennent proportionnels à  $H^2$  et les termes non diagonaux sont linéaires en  $H$  et sont à l'origine des effets magnéto-optiques.

En posant :

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon = \varepsilon_0 - \varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left[1 + \frac{e^2 \mu_0^2 H^2}{m^2 \omega^2}\right] \quad (1.28)$$

et en définissant le facteur de giration:

$$g = \varepsilon_0 \omega_p^2 \frac{e^3 \mu_0 H}{m\omega^4} \quad (1.29)$$

Le tenseur permittivité diélectrique prend la forme :

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon & ig & 0 \\ -ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

En conclusion, un champ magnétique statique appliqué à un milieu dans lequel se propage un rayon lumineux induit une anisotropie optique responsable des effets magnéto-optiques.

La vitesse de phase de la lumière dans un matériau anisotrope, dépend de sa polarisation et de sa direction de propagation. Dans le cas général, à cause de l'anisotropie, l'état de polarisation d'une onde plane change au fur et à mesure qu'elle se propage dans le cristal. Par ailleurs, pour une direction de propagation donnée, il existe deux modes propres ayant chacun une vitesse de phase et une direction de polarisation propres. Une onde lumineuse dont la polarisation est parallèle à celle de l'un de ces modes propres ne sera pas modifiée lors de sa propagation dans le milieu. Ces modes propres (états propres de polarisation et vitesses de phase) peuvent être obtenus à partir des équations de Maxwell et du tenseur diélectrique  $\varepsilon$ . Les indices de réfraction des modes propres sont  $n_+ = \sqrt{\varepsilon - g}$  et  $n_- = \sqrt{\varepsilon + g}$ , ils correspondent aux ondes qui se propagent avec différentes dispersions et absorptions et polarisées circulairement respectivement droite (+) et gauche (-).

S'il n'y a pas de différence d'absorption entre ces deux modes, l'onde reste polarisée linéairement durant sa propagation. Mais la différence entre les vitesses de phase de  $E_+$  et  $E_-$  fait que le plan de polarisation tourne d'un angle  $\theta = (n_+ - n_-) \frac{\pi d}{\lambda}$  où  $d$  est la distance de propagation et  $\lambda$  la longueur d'onde.

Une différence d'absorption entre les modes propres se traduit par une polarisation elliptique dont l'ellipticité pour une distance de propagation  $d$  est donnée par 
$$\psi = \text{Im}(n_+ - n_-) \frac{\pi d}{\lambda}.$$

## 1.12. Principaux effets magnéto-optiques

### a) L'effet Faraday

Le premier effet magnéto-optique fut découvert en 1845 par M. Faraday. Il se traduit par la propriété qu'ont certaines substances transparentes, de tourner le plan de polarisation d'une lumière polarisée linéairement, d'un angle  $\theta_f$ , proportionnel à la distance  $L$  parcourue dans le matériau quand celui-ci est placé dans un champ magnétique (voir figure-1.6). Cet effet est observé quand la lumière se propage suivant la direction du champ magnétique  $\vec{H}$



appliqué. C'est donc un effet en lumière transmise correspondant à un vecteur d'onde  $\vec{k}$  parallèle au vecteur aimantation  $\vec{M}$ .

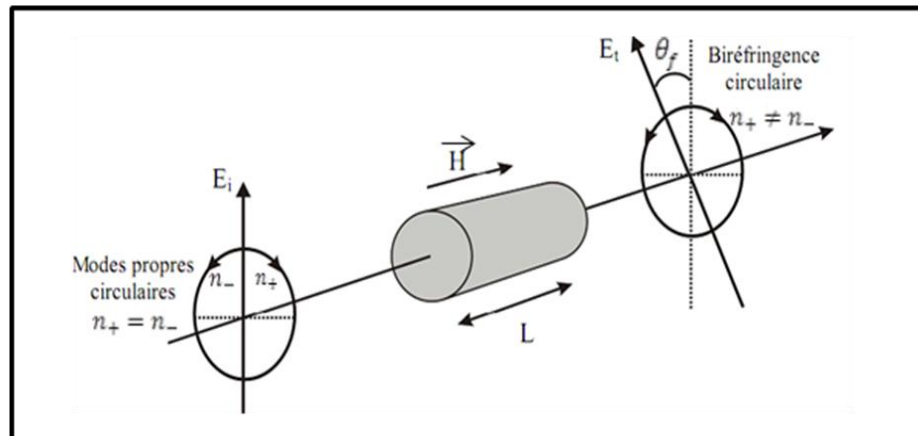


Figure-1.6: Effet Faraday dans un matériau transparent soumis à un champ magnétique

$\theta_f$  satisfait à l'expression  $\theta_f = V_f ML$  où  $V_f$  est la constante de Verdet qui dépend de la fréquence de l'onde incidente, de la température et de la nature du matériau [61-65].

L'inversion du sens de  $\vec{M}$  conduirait à une rotation opposée. Une caractéristique importante de l'effet Faraday est qu'il est non réciproque. Cela signifie que la rotation de la polarisation dépend uniquement de la direction de l'aimantation et non pas de la direction de propagation de la lumière. En conséquence, les rotations s'additionnent quand une onde fait un aller et retour dans un matériau magnéto-optique. Certaines applications utilisent cette propriété fondamentale. La plus connue est l'isolateur optique qui produit une rotation simple de passage de  $45^\circ$ , c'est-à-dire de  $90^\circ$  après un aller retour. Ainsi, en plaçant le rotateur de Faraday entre un polariseur et un analyseur on élimine toute réflexion.

### b) Effets Voigt et Cotton-Mouton

Les effets Voigt et Cotton-Mouton ont été découverts en 1902 et 1907. Ce sont des effets du second ordre en  $\vec{B}$ . Ils apparaissent lorsque le champ magnétique appliqué est perpendiculaire au trajet lumineux. L'effet Voigt s'applique lorsque la lumière traverse un milieu gazeux tandis que l'effet Cotton Mouton apparaît lorsque la lumière passe à travers un milieu liquide. Les deux effets sont insensibles au sens de  $\vec{B}$  et apparaissent généralement lorsque l'effet Faraday est nul.

### c) Effet Kerr

Il est l'équivalent de l'effet Faraday en réflexion et fut découvert par J. Kerr trente et un ans plus tard. Il se manifeste sur la lumière réfléchie comme le montre la figure-1.7. L'effet Kerr qualifié de polaire résulte d'une différence d'absorption (dichroïsme) entre les composantes lumineuses polarisées circulairement et aussi un déphasage entre elles (biréfringence circulaire). L'effet Kerr se traduit par la rotation du plan de polarisation d'un faisceau incident après réflexion sur un matériau.

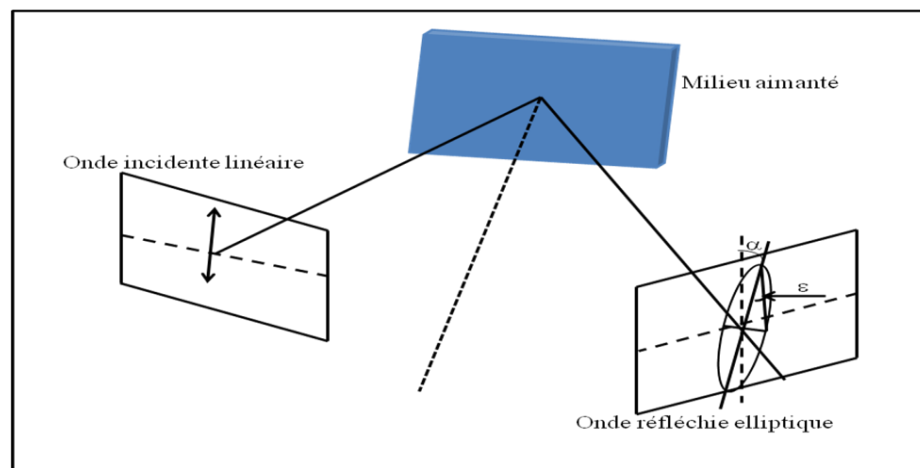


Figure-I.7: Effet Kerr magnéto-optique

Selon l'orientation relative du vecteur d'onde de la lumière incidente et de l'aimantation  $\vec{M}$  dans l'échantillon, on distingue trois principaux effets Kerr:

#### c.1)- Effet Kerr Polaire

L'effet Kerr est dit polaire lorsque l'aimantation est perpendiculaire au plan moyen de l'interface et est dans le plan d'incidence (voir figure-1.8a). Dans ce cas l'effet dépend uniquement de la composante perpendiculaire de l'aimantation et non de la direction de propagation de l'onde incidente.

#### c.2)- Effet Kerr longitudinal

Le faisceau arrive en incidence oblique, l'aimantation se trouve dans le plan d'incidence de la lumière (voir figure-1.8b). Ainsi la modification de l'état de polarisation de l'onde réfléchie dépend uniquement de la direction de polarisation de l'onde incidente.

### c.3)-Effet Kerr transverse

L'aimantation est parallèle à l'interface mais perpendiculaire au plan d'incidence (voir figure-1.8c). Cette configuration n'existe que pour une incidence polarisée transverse magnétique où le champ électrique est parallèle au plan d'incidence et donne lieu à une modification de l'intensité de lumière réfléchi sans modification de l'état de polarisation.

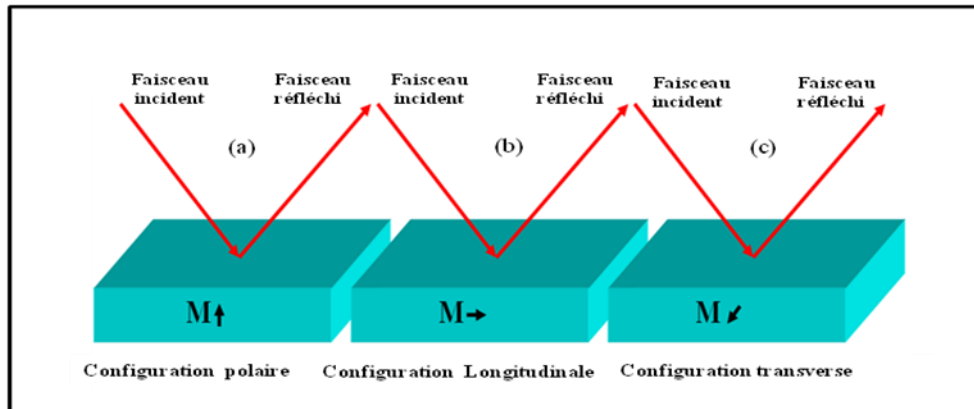


Figure-1.8: Configuration Kerr: (a) Polaire, (b) Longitudinale, (c) Transverse

## 1.13. Matériaux magnéto-optiques

Selon les applications, on distingue deux grandes classes de matériaux magnéto-optiques. La première regroupe les matériaux transparents utilisés en transmission. Ces derniers présentent, soit une constante de Verdet importante (matériaux diamagnétiques ou paramagnétiques), soit une forte rotation Faraday (matériaux ferromagnétiques) ou encore un effet Cotton-Mouton élevé. La seconde classe rassemble les matériaux réfléchissants qui présentent un effet Kerr important et dont l'application principale concerne l'enregistrement magnéto-optique.

### a) Matériaux transparents

On peut citer les verres dopés au terbium et les grenats de terbium et d'aluminium qui ont une constante de Verdet importante dans le spectre visible et une faible absorption (de l'ordre de 0,25 dB/cm), ce qui les rend attractifs pour les applications comme isolateurs optiques. Mais ils sont concurrencés par une nouvelle classe de matériaux appelés semi-conducteurs magnétiques dilués qui présentent des rotations Faraday beaucoup plus grandes. Ces composés ont des propriétés magnétiques et semi-conductrices inhabituelles. Leur grande rotation Faraday provient des ions magnétiques qui, polarisés par le champ magnétique

appliqué, produisent des champs effectifs très importants même à température ambiante tels que vus par les électrons et les trous via les interactions d'échange. Cependant, les matériaux magnéto-optiques les plus employés, et tout particulièrement dans le proche infrarouge pour les télécommunications optiques, sont les grenats ferrimagnétiques. Le matériau le plus connu est le *YIG* (Yttrium Iron Garnet  $Y_3Fe_5O_{12}$ ), ou ses versions dopées, qui présente un effet Faraday important [66, 67]. Du fait de leurs bonnes propriétés magnéto-optiques et de leur transparence dans la région des longueurs d'ondes pour les télécommunications, la plupart des applications utilisent le Bismuth Iron Garnet (BIG) de formule générale  $Bi_3Fe_5O_{12}$  [68-70].

#### **b) Matériaux réflecteurs**

Ce sont les matériaux qui présentent un effet Kerr important. Ils font actuellement l'objet d'intenses travaux en vue de leur application dans le domaine de l'enregistrement magnéto-optique. Les matériaux de choix pour ce type d'application sont principalement des alliages amorphes de type terres rares-métaux de transition.

### **1.14. Applications des effets magnéto-optiques**

Le stockage d'informations sur des disques amovibles constitue la principale application des effets magnéto-optiques. Ces effets sont également exploités dans la fabrication des dispositifs non-réciproques tels que les isolateurs et les circulateurs, qui occupent une place très importante dans le domaine de la télédétection (radars) et des télécommunications.

#### **a) Les supports amovibles**

Un disque magnéto-optique est une mémoire de masse qui emploie une combinaison des technologies optiques et magnétiques. Cette technologie créée à la fin des années 1980, assure une grande fiabilité. La lecture est purement optique, et selon la polarisation magnétique de chaque point élémentaire de la surface, c'est 0 ou 1 qui est lu. Pour écrire chaque bit, le laser du lecteur chauffe le point concerné tandis qu'un champ magnétique lui est appliqué pour le polariser dans un sens (0) ou dans l'autre (1). L'avantage principal de la technologie magnéto-optique face à son concurrent purement magnétique est que les supports magnéto-optiques sont insensibles à la perturbation électromagnétique.

**b) Dispositifs non-réciproques****b-1) Isolateur optique**

Les lasers et plus particulièrement les diodes lasers sont très sensibles à toute réflexion de la lumière parasite provenant du système optique où ils sont montés. Ces retours d'énergie dans la cavité laser peuvent entraîner une modulation de l'amplitude ou un décalage en fréquence de l'onde émise ou endommager le laser lui-même dans le cas des sources de forte puissance. Un isolateur optique est un dispositif non-réciproque qui autorise le passage d'un signal dans un sens et son interdiction dans le sens opposé (voir figure-1.9), il est conçu pour protéger les composants optiques de toutes les réflexions parasites qui peuvent nuire à leurs performances. Les isolateurs magnéto-optiques sont généralement utilisés dans des réseaux de télécommunications afin d'amplifier les signaux. Ils sont souvent placés en sortie d'une cavité résonante afin d'empêcher la réintroduction d'une lumière réfléchi par un élément extérieur, capable de la déstabiliser. Il existe deux types d'isolateurs, ceux exploitant l'effet non-réciproque de Faraday et ceux basés sur l'effet Kerr.

Des isolateurs basés sur l'effet Faraday ont été proposés et réalisés par plusieurs auteurs en optique non guidée (isolateurs massifs) avec des taux d'isolations atteignant 40dB et sous forme de guide d'onde en optique intégrée. La difficulté principale dans la réalisation de tels composants est l'intégration des polariseurs dans des circuits optiques. C'est la raison pour laquelle, l'effet Kerr transverse a été largement exploité pour la conception et la réalisation des composants non-réciproques [69-74].

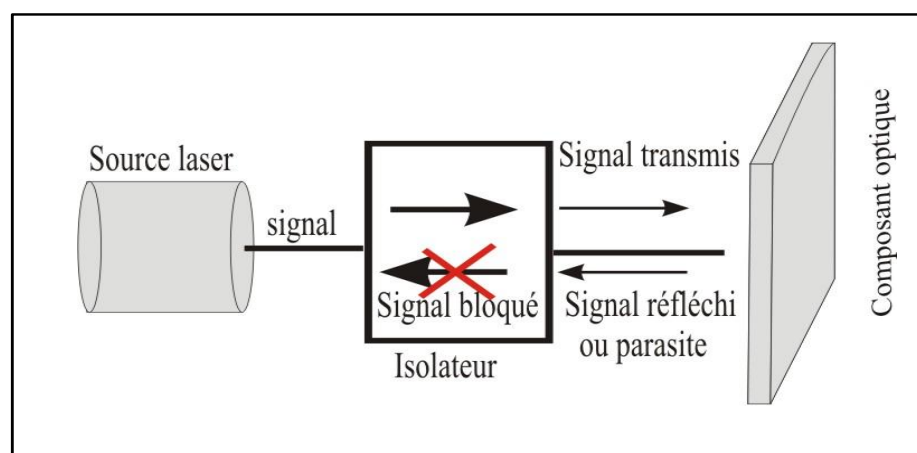


Figure-1.9: Principe de fonctionnement d'un isolateur optique

### b-2) Circulateurs magnéto-optiques

Les circulateurs magnéto-optiques sont des dispositifs non réciproques très utilisés en hyperfréquence. Ils sont exploités dans les systèmes de communication, de détection et dans les équipements de mesure car ils assurent un bon guidage de la lumière. Ces dispositifs sont formés d'au moins trois ports d'accès (voir figure-1.10).  $(a_1, a_2, a_3)$  représentent les amplitudes des ondes incidentes et  $(b_1, b_2, b_3)$  celles des ondes réfléchies. Leur principe de fonctionnement est tel que, lorsqu'un champ magnétique statique est appliqué perpendiculairement au plan, le signal entrant sur un port d'accès est totalement transmis à l'un des deux autres ports. L'autre accès joue le rôle d'un isolateur.

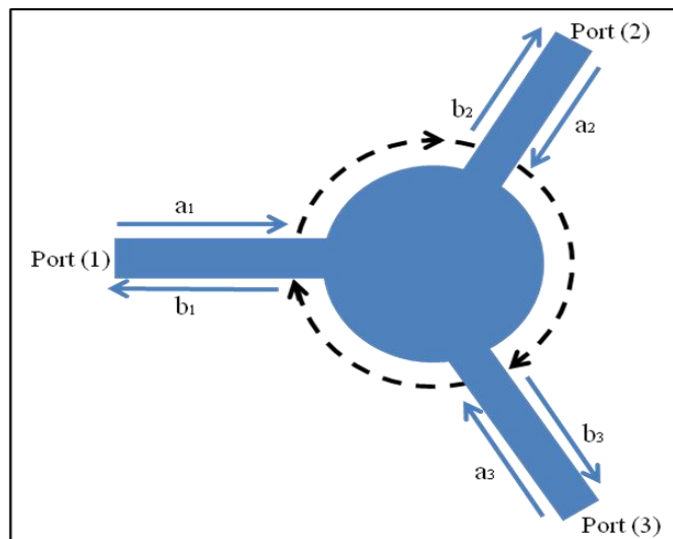


Figure-1.10: Principe de fonctionnement d'un circulateur à jonction Y

Les circulateurs magnéto-optiques à jonction Y sont très utilisés à cause de leur simplicité et de leur coût modéré. Ils sont caractérisés par une matrice de paramètre  $S$  qui est la matrice de dispersion et qui s'écrit sous la forme:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

où:

$(S_{21}, S_{13}, S_{32})$  sont des coefficients de transmission,  $(S_{12}, S_{23}, S_{31})$  désignent les coefficients d'isolation et  $(S_{11}, S_{22}, S_{33})$  sont les coefficients de réflexion au niveau des trois ports.

Un circulateur idéal est celui qui est capable d'aiguiller toute l'énergie vers l'accès suivant, le troisième étant complètement isolé. Sa matrice  $S$  est la suivante :

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e^{i\varphi} \\ e^{i\varphi} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} & 0 \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

où  $\varphi$  représente le déphasage lié à la transmission d'un port vers le port suivant.

Le fait que cette matrice soit non symétrique, traduit clairement la non-réciprocité du composant. C'est cette propriété qui fait l'intérêt du dispositif et qui sert dans des applications nombreuses et variées.

Récemment, plusieurs études ont portées sur la conception et la réalisation des circulateurs à base de cristal photonique 2D de Bismuth Iron de Garnet (BIG). On peut citer les nombreux travaux de Fan [75-78] qui a proposé un circulateur constitué d'éléments diagonaux de permittivité égale à 6.25, contenant trois guides d'ondes faisant entre eux un angle de  $120^\circ$  et d'une cavité au centre (voir figure-1.11a). Cette dernière est soumise à une nano-structuration de son aimantation (voir figure-1.11b). La zone verte et la zone mauve correspondent respectivement aux champs magnétiques positif et négatif appliqués. Le facteur de giration  $g$  est pris égal à 0.02463.

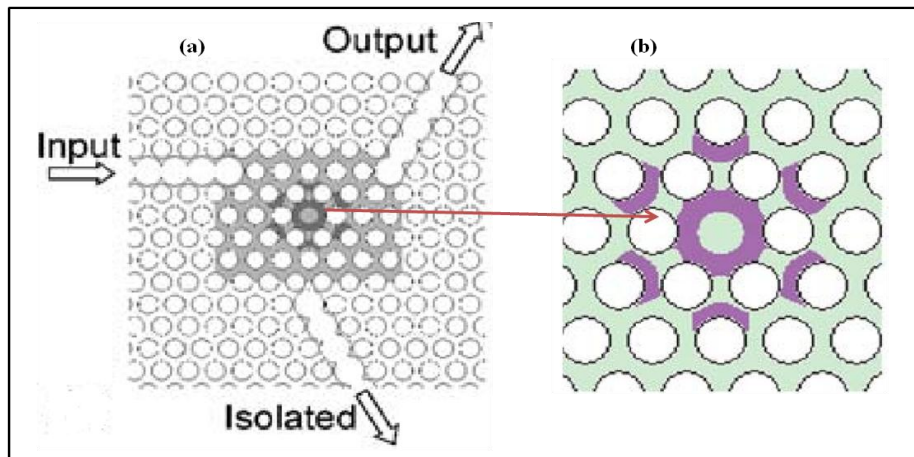


Figure-1.11: a) Schéma du circulateur de Fan, b) Nano-structuration de la cavité (zone verte: champ magnétique appliqué suivant l'axe Oz positif. zone mauve: champ magnétique dirigé suivant l'axe Oz négatif).

Une transmission complète sur l'un des ports de sortie et une isolation maximale sur l'autre port ont été obtenues. Malgré le taux d'extinction (rapport d'énergie transmise sur le

port de sortie par l'énergie transmise sur le port d'isolation) important que présente ce circulateur, sa mise en œuvre sur le plan fabrication reste une tâche très difficile.

En 2011, Wang et *al.*[79] ont proposé un circulateur ultra compact à trois ports à base d'un cristal photonique de BIG constitué de trois guides d'ondes et d'une cavité. Cette dernière est obtenue par remplissage d'un trou d'air par un diélectrique de BIG. Un champ magnétique est appliqué au centre de la cavité suivant la direction  $oz$  (voir figure-1.12a). Des simulations par la méthode des éléments finis ont montré une transmission de 0.925 sur l'un des ports et 0.03 sur le port d'isolation (figure-1.12b) pour le même facteur de giration pris par Fan [75]. Le circulateur ultracompact multiport (voir figure-1.12c) est conçu à base de six circulateurs à trois ports disposés en cascade. Les auteurs ont montré avec la même méthode de calcul que cette disposition permet d'améliorer le facteur de transmission par rapport au circulateur à trois ports. Une transmission de 0.98 sur l'un des guides de sortie et une isolation presque complète sur le deuxième port ont été obtenues comme le montre la figure-12d. Ce résultat s'explique par le fait que dans le cas d'un circulateur à trois ports les guides d'entrées et de sorties sont liés uniquement par une seule cavité. Tandis que dans le circulateur à six ports, il existe deux cavités entre les guides d'entrées et de sorties. Ainsi, le couplage des deux cavités a permis d'augmenter fortement la transmission à travers le guide.

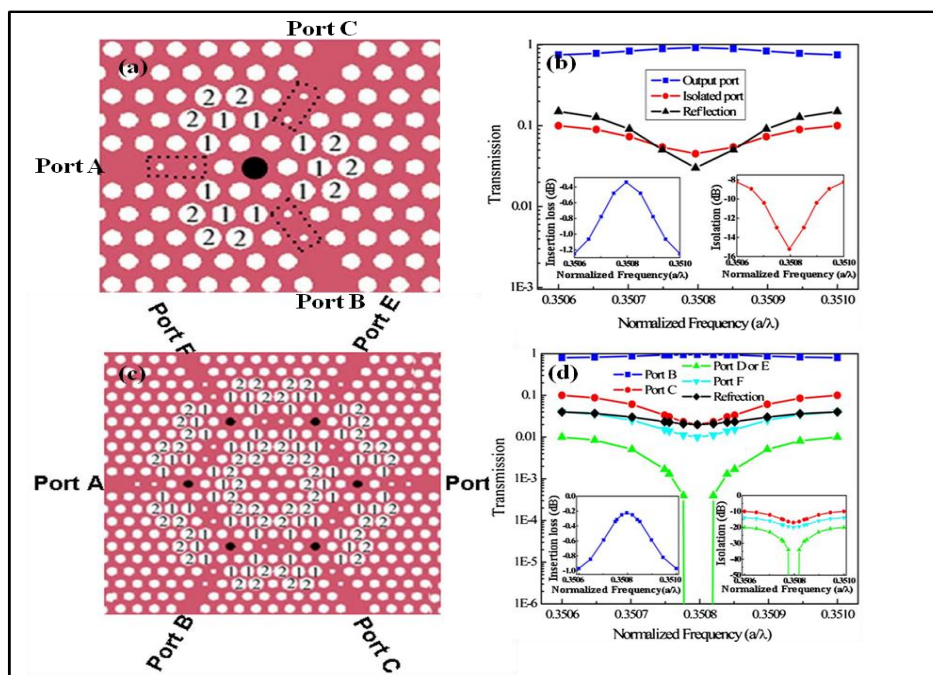


Figure-1.12 : a) Circulateur de Wang: a) à trois ports, c) multiport, d) et e) représente la transmission normalisée obtenue dans chacun des deux circulateurs



Par ailleurs, Vanwolleguen et *al.*[80, 81] ont démontré la possibilité de réalisation des composants magnéto-photoniques dans des films de BIG en utilisant un procédé technologique dit «pleine plaque». Ce dernier a permis la fabrication de composants de cristaux photoniques ou de structures en anneaux. Des circulateurs en anneaux concentriques tels qu'indiqués dans la figure-1.13 sont actuellement en cours de réalisation.

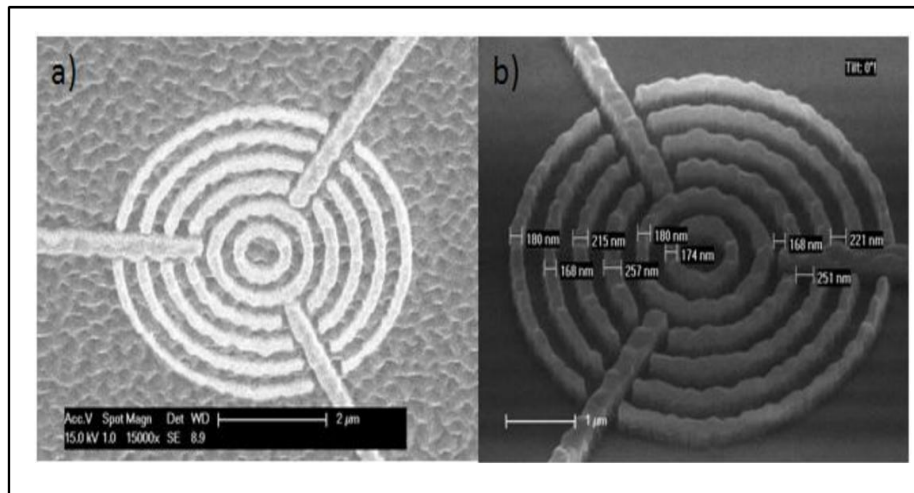


Figure-1.13: Circulateur en anneaux concentriques : a) masque de gravure en  $W+Al_2O_3$ , b) structure gravée dans le BIG [81]

### 1.15. Conclusion

Ce premier chapitre donne un rappel de quelques définitions se rapportant aux milieux rencontrés dans le domaine de l'électromagnétisme. Les grandeurs physiques les caractérisant sont évoquées et décrites pour divers milieux: isotrope, anisotrope, dispersif, etc. Les effets magnéto-optiques ainsi que leurs applications sont expliqués et rapportés de façon détaillée. En se basant sur une recherche bibliographique, une classe de matériaux magnétooptiques est rapportée. Aussi, des travaux théoriques et expérimentaux portant sur l'exploitation de l'effet Kerr dans la réalisation d'isolateurs et de circulateurs sont décrits.

# **Chapitre 2**

**Outils théoriques et implémentations**

## 2.1. Introduction

Parmi les méthodes numériques utilisées en électromagnétisme, la méthode des différences finies dans le domaine temporel plus connue sous l'appellation FDTD est particulièrement importante. Elle permet de résoudre directement les équations de Maxwell dans le temps et dans l'espace pour des situations très générales (nature de la source, milieu inhomogène, dispersif, anisotrope, magnétique,...).

Dans ce chapitre nous exposerons le schéma de Yee qui conduit à la formulation et la mise en œuvre du code FDTD pour la modélisation des structures étudiées dans ce travail tout en considérant les effets de dispersion des milieux de propagation et de l'angle d'incidence avec lesquels ces structures sont éclairées. Nous aborderons également le schéma de John Schneider qui permet de modéliser les structures contenant des milieux anisotropes. Pour chacune des situations étudiées, nous présenterons les outils nécessaires à leurs implémentations. Enfin, dans la dernière partie de ce chapitre nous exposerons brièvement d'autres techniques numériques utilisées pour l'étude des effets magnéto-optiques.

## 2.2. Méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD)

La méthode FDTD était conçue initialement pour la résolution numérique des équations différentielles puis elle a été adaptée et largement utilisée dans la modélisation des problèmes électromagnétiques dans le domaine des micro-ondes, des télécommunications, de la détection. Elle semble particulièrement adaptée aux problèmes de la nano-optique où les structures comportent des détails inférieurs à la longueur d'onde mais avec des dimensions restant raisonnables par rapport à cette longueur d'onde.

### 2.2.1. Principe de la méthode FDTD:

La méthode FDTD fondée sur le schéma explicite de Yee [82] et basée sur une discrétisation des champs électriques et magnétiques par un schéma de différences finies centrées d'ordre deux pour l'espace et le temps. Cet algorithme permet à chaque pas de temps de calculer le champ en tout point de l'espace discrétisé. Le schéma de calcul étant entièrement explicite, il ne nécessite donc aucune inversion de matrice et donc il présente une bonne efficacité de calcul. Si le champ incident est une impulsion, la FDTD peut également reproduire en un seul calcul le comportement d'une onde électromagnétique sur une large bande de fréquence par une simple transformée de Fourier.

La FDTD a été d'abord utilisée pour la simulation des matériaux non dispersifs et isotropes. Ensuite, des algorithmes prenant en compte la dispersion ont été développés et utilisés pour le calcul des coefficients de réflexion [83, 84]. D'autres travaux prenant en considération l'anisotropie dans le cas de matériaux caractérisés par un tenseur de permittivité diagonal ont été publiés [85-86]. Enfin, un schéma FDTD plus général, adapté aux matériaux anisotropes caractérisés par un tenseur de permittivité quelconque a été proposé plus récemment [87].

### 2.2.2. Méthode FDTD pour les milieux isotropes

#### a) Equations de Maxwell

Rappelons que les équations de Maxwell qui régissent le comportement des composantes du champ électrique et magnétique sont données par les équations (1.1)-(1.4) du chapitre 1.

Si le milieu est dépourvu de charges et de courants électriques ( $\rho = 0, \vec{j} = \vec{0}$ ). La projection des équations (1.1) et (1.2) dans un repère cartésien  $(ox, oy, oz)$  s'écrit :

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right] \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right] \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right] \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[ \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right] \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right] \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right] \quad (2.6)$$

#### b) Réduction des équations de Maxwell à deux dimensions

Notons que lorsque le champ et la géométrie sont invariants par rapport à une dimension donnée, par exemple  $(oz)$ , alors les dérivées par rapport à  $z$  sont nulles, et le système ci-dessus peut se découpler en deux sous systèmes différents de trois équations. Ceci est obtenu pour des ondes se propageant dans le plan  $(x-y)$  dans une structure dont la géométrie et les constantes diélectriques sont indépendantes de  $z$ . Il s'agit d'un problème 2D.

Les équations se séparent en deux séries d'équations couplées:

TE (Transversal Electric) qui couplent les champs  $E_z$ ,  $H_x$ ,  $H_y$ .

TM (Transversal magnétique) qui couplent les champs  $H_z$ ,  $E_x$ ,  $E_y$ .

Il est important de remarquer que le mot transversal dans ce cas est relatif au plan de propagation ( $x-y$ ).

Dans ce cas 2D, le système décrivant les interactions électromagnétiques lorsque la polarisation est transverse électrique (TE) est:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial y} \right] \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial x} \right] \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right] \quad (2.9)$$

Lorsque la polarisation est transverse magnétique (TM) on obtient:

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[ \frac{\partial H_z}{\partial y} \right] \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon} \left[ \frac{\partial H_z}{\partial x} \right] \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right] \quad (2.12)$$

Nous pouvons traiter d'une manière indépendante la propagation de ces deux types de champ électromagnétique dans le matériau. Les phénomènes associés à ces deux modes peuvent être tout à fait différents.

### c) Discrétisation de l'espace et du temps

La résolution des équations de Maxwell passe par la discrétisation des grandeurs électromagnétiques suivant le schéma de Yee [82] qui utilise les différences centrées pour exprimer les premières dérivées partielles.

Soit  $f(x, y, z, t)$  une fonction qui représente une composante du champ électrique  $\vec{E}$  ou du champ magnétique  $\vec{H}$  qui sera notée  $f^n(i, j, k)$ . La fonction évaluée au nœud  $i, j, k$  et à l'instant  $n$  s'écrit:

$$f(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = f^n(i, j, k)$$

où:

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$  correspondent aux pas spatiaux utilisés dans les directions  $x, y, z$  et  $\Delta t$  le pas temporel.

L'approximation de  $f$  par les différences centrées s'écrit comme suit:

$$\frac{\partial f^n(i, j, k)}{\partial t} = \frac{f^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - f^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial f^n(i, j, k)}{\partial x} = \frac{f^n(i+\frac{1}{2}, j, k) - f^n(i-\frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (2.14)$$

A titre d'exemple, cette discrétisation appliquées aux équations (2.1) et (2.4) donne:

$$\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu(i, j, k)} \left[ \frac{E_y^n(i, j, k+1) - E_y^n(i, j, k)}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i, j+1, k) - E_z^n(i, j, k)}{\Delta y} \right] \quad (2.15)$$

$$\frac{E_x^{n+1}(i, j, k) - E_x^n(i, j, k)}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon(i, j, k)} \left[ \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1)}{\Delta z} \right] \quad (2.16)$$

De façon similaire on peut discrétiser les autres équations.

#### d) Schéma de Yee

L'algorithme de Yee est basé sur le décalage en espace et en temps de calcul des composantes des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$ . La Figure-2.1 représente leur positionnement sur une cellule unitaire 3D.

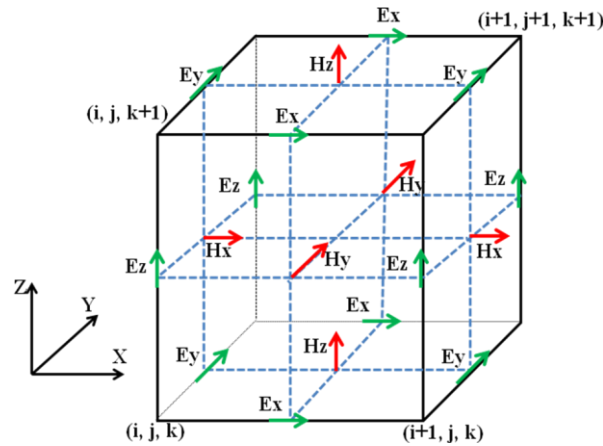
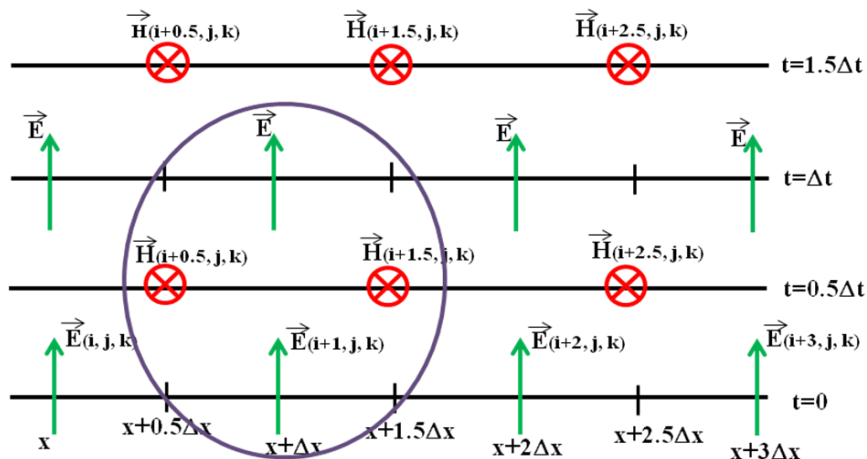


Figure-2.1: Position des composantes des champs sur une cellule unitaire

L'algorithme de Yee permet de calculer les composantes du champ électromagnétique dans le domaine temporel dans un arrangement dit à «saut mouton». Le calcul des composantes du champ électrique et celles du champ magnétique se fait d'une manière alternée. Le champ électrique est calculé à l'instant  $n\Delta t$ , il dépend du champ électrique à l'instant  $(n-1)\Delta t$  mais également du champ magnétique à l'instant  $\left(n-\frac{1}{2}\right)\Delta t$ . De même la composante du champ magnétique est calculée à l'instant  $\left(n+\frac{1}{2}\right)\Delta t$ , elle dépend de celle calculée à l'instant  $\left(n-\frac{1}{2}\right)\Delta t$  et du champ électrique calculé à l'instant  $n\Delta t$ . Cette opération, effectuée en chaque point de la grille FDTD, est répétée à chaque instant d'échantillonnage temporel pour chacune des composantes des différents champs (Figure-2.2).

Figure-2.2: Calcul alternatif de  $E$  et  $H$

Cette disposition présente deux avantages principaux:

- elle assure un processus itératif entièrement explicite (pas d'inversion de matrice).
- elle permet un centrage naturel des différences finies temporelles.

Les Figures (2.3a, 2.3b) donnent une représentation de la cellule de Yee bidimensionnelle pour les modes TM et TE respectivement.

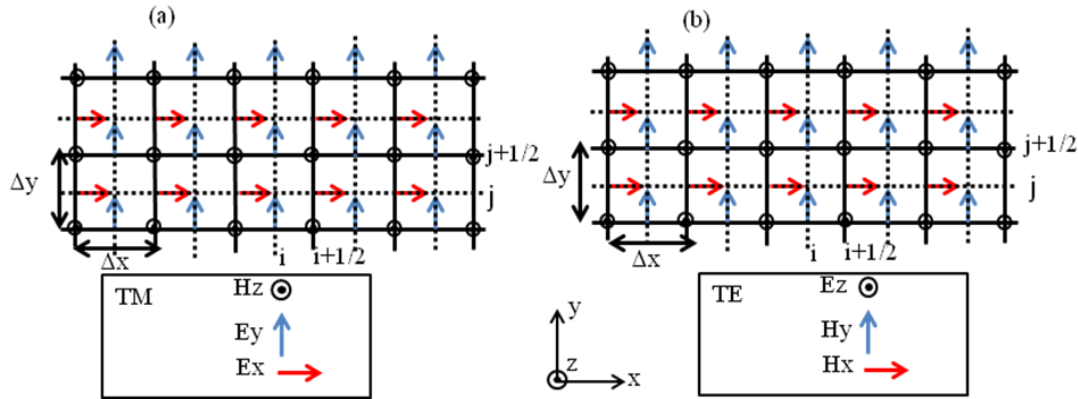


Figure-2.3:Cellule de Yee 2D :a) mode TM, b) mode TE

### 2.2.3. Intégration des modèles de Drude et Drude Lorentz dans l'Algorithme FDTD

Dans le cas des métaux comme nous l'avons déjà mentionné dans le chapitre1, la permittivité dans la gamme optique et infrarouge dépend de la fréquence. Dans ce cas, le calcul direct des composantes du champ électrique et magnétique par le système d'équations précédent n'est pas possible car la méthode FDTD est temporelle. Plusieurs techniques ont été développées pour l'intégration des deux modèles Drude et Drude Lorentz.

Pour un modèle de type Drude l'expression de la permittivité est:

$$\varepsilon_D(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma_D)} \quad (2.17)$$

En partant de l'équation:

$$\vec{D} = \varepsilon_D(\omega) \vec{E} \quad (2.18)$$

et en remplaçant  $\varepsilon_D(\omega)$  par son expression, l'application d'une transformée de Fourier pour passer au domaine temporel donne:

$$\frac{\delta^2 \vec{D}}{\delta t^2} + \gamma_D \frac{\delta \vec{D}}{\delta t} = \varepsilon_0 \left( \frac{\delta^2 \vec{E}}{\delta t^2} + \gamma_D \frac{\delta \vec{E}}{\delta t} + \omega_p^2 \vec{E} \right) \quad (2.19)$$

D'où l'équation de mise à jour du champ  $\vec{E}$  au point (i, j, k) obtenue après discrétisation suivant le schéma de Yee de l'équation (2.19) s'écrit sous la forme [57]:



$$\xi \vec{E}^{n+1} = -\chi \vec{E}^{n-1} + 4\varepsilon_0 \vec{E}_n + \vec{D}^{n+1} [\gamma_D \Delta t + 2] - 4\vec{D}^n + \vec{D}^{n-1} [-\gamma_D \Delta t + 2] \quad (2.20)$$

avec:

$$\xi = \varepsilon_0 [\omega_p^2 \Delta t^2 + \gamma_D \Delta t + 2] \quad (2.21)$$

et

$$\chi = \varepsilon_0 [\omega_p^2 \Delta t^2 - \gamma_D \Delta t + 2] \quad (2.22)$$

Dans le cas du modèle de Drude-Lorentz la permittivité diélectrique s'écrit:

$$\varepsilon_{DL}(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_D^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma_D)} - \frac{\Delta\varepsilon\Omega_l^2}{(\omega^2 - \Omega_l^2 + i\omega\Gamma_l)} \quad (2.23)$$

où:

$\varepsilon_\infty$ ,  $\omega_p$ ,  $\gamma_D$ ,  $\Gamma_L$ ,  $\Omega_L$  et  $\Delta\varepsilon$  sont des coefficients du modèle. Ils correspondent aux valeurs expérimentales de Johnson et Christy [88].

Les équations récursives donnant  $\vec{E}$  s'écrivent [89]:

$$\vec{E}^{n+1} = \frac{\varepsilon_\infty}{\varepsilon_\infty + \chi^0} \vec{E}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0(\varepsilon_\infty + \chi^0)} (\vec{\nabla} \times \vec{H}^{n+1}) + \frac{1}{(\varepsilon_\infty + \chi^0)} \text{Re}(\vec{\psi}_D^n \times \vec{\psi}_L^n) \quad (2.24)$$

où  $\chi^0 = \chi_D^0 + \text{Re}(\chi_L^0)$  et  $\Delta\chi^0 = \Delta\chi_D^0 + \text{Re}(\Delta\chi_L^0)$

avec:

$$\chi_D^0 = -\left(\frac{\omega_D}{\gamma_D}\right)^2 (1 - e^{-\gamma_D \Delta t}) + \frac{\omega_D^2}{\gamma_D} \Delta t \quad (2.25)$$

$$\Delta\chi_D^0 = -\left(\frac{\omega_D}{\gamma_D}\right)^2 (1 - e^{-\gamma_D \Delta t})^2 \quad (2.26)$$

$$\chi_L^0 = -i \frac{\eta}{\alpha - i\beta} (1 - e^{-(\alpha+i\beta)\Delta t}) \quad (2.27)$$

$$\Delta\chi_L^0 = -i \frac{\eta}{\alpha - i\beta} (1 - e^{-(\alpha+i\beta)\Delta t})^2 \quad (2.28)$$

Les constantes  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\eta$  sont données par :

$$\alpha = \Gamma_l/2, \quad \beta = \sqrt{\Omega_l^2 - \alpha^2} \quad \text{et} \quad \eta = \Delta\varepsilon\Omega_l^2/\beta.$$

L'équation récursive donnant  $\vec{\psi}_D$  est:

$$\vec{\psi}_D^n = e^{-\gamma_D \Delta t} \vec{\psi}_D^{n-1} - \Delta\chi_D^0 \vec{E}^n \quad (2.29)$$

et l'équation récursive donnant  $\vec{\psi}_L$  est:

$$\vec{\psi}_L^n = \Delta\chi_L^0 \vec{E}^n + e^{(-\alpha+i\beta)\Delta t} \vec{\psi}_L^{n-1} \quad (2.30)$$

#### 2.2.4. FDTD en incidence oblique (technique SFM-FDTD)

##### -Principe de la technique SFM-FDTD

Dans le cas des objets éclairés en incidence oblique, il est bien connu que, l'application des conditions aux limites périodiques fait apparaître de manière explicite la fréquence dans l'algorithme FDTD temporel [90]. Pour remédier à ce problème, un changement de variables est introduit qui consiste à remplacer de façon judicieuse le champ électrique  $\vec{E}$  et le champ magnétique  $\vec{H}$  par les grandeurs respectives  $\vec{P}$  et  $\vec{Q}$  [90]. Dans ce contexte, plusieurs techniques d'implémentation sont alors proposées [91-94]. En ce qui nous concerne, nous avons utilisé la méthode Split Field Method (SFM) [93] dans laquelle les équations de Maxwell sont exprimées dans le nouveau domaine  $\vec{P}$  et  $\vec{Q}$  et ensuite discrétisées selon la méthode SFM.

En incidence oblique, les composantes cartésiennes du vecteur d'onde sont données par:

$$k_x = \omega/v_i (\sin \theta \cos \varphi) \quad (2.31)$$

$$k_y = \omega/v_i (\sin \theta \sin \varphi) \quad (2.32)$$

$$k_z = \omega/v_i (\cos \theta) \quad (2.33)$$

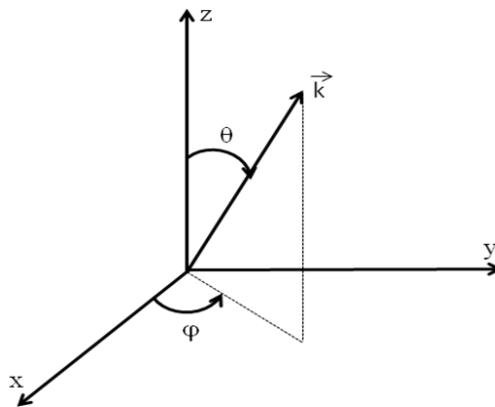


Figure-2.4: Orientation du vecteur d'onde incident

La figure-2.4 représente l'orientation du vecteur d'onde en incidence oblique.

$v_i$  étant la vitesse de l'onde dans le milieu incident. Son champ électromagnétique associé

$(\vec{E}, \vec{H})$  est exprimé par les équations suivantes:

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}_0(t) e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} \quad (2.34)$$

$$\vec{H}(x, y, z, t) = \vec{H}_0(t) e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} \quad (2.35)$$

Les conditions aux limites périodiques ( $p$  période du réseau) de Floquet Bloch appliquées au champ électromagnétique s'écrivent:

$$\vec{E}(x + p, y, z, t) = \vec{E}(x, y, z, t) e^{ik_x p} \quad (2.36)$$

$$\vec{E}(x, y + p, z, t) = \vec{E}(x, y, z, t) e^{ik_y p} \quad (2.37)$$

$$\vec{H}(x, y, z, t) = \vec{H}(x + p, y, z, t) e^{-ik_x p} \quad (2.38)$$

$$\vec{H}(x, y, z, t) = \vec{H}(x, y + p, z, t) e^{-ik_y p} \quad (2.39)$$

Le changement de variables introduit les grandeurs  $\vec{P}$  et  $\vec{Q}$  telles que:

$$\vec{P} = \vec{E} e^{-i(k_x x + k_y y)} \quad (2.40)$$

$$\vec{Q} = \vec{H} e^{-i(k_x x + k_y y)} \quad (2.41)$$

L'introduction directe de ces nouvelles variables dans les équations de Maxwell fait ressortir des termes dépendant de façon explicite de la fréquence  $\omega$ . On introduit alors un ensemble de variables intermédiaires  $P_{ia}$  et  $Q_{ka}$  ( $i, k = x, y, z$ ) vérifiant les équations suivantes [93]:

$$\varepsilon \frac{\partial P_{xa}}{\partial t} = \frac{\partial Q_z}{\partial y} - \frac{\partial Q_y}{\partial z} \quad (2.42)$$

$$\varepsilon \frac{\partial P_{ya}}{\partial t} = \frac{\partial Q_x}{\partial z} - \frac{\partial Q_z}{\partial x} \quad (2.43)$$

$$\varepsilon \frac{\partial P_{za}}{\partial t} = \frac{\partial Q_y}{\partial x} - \frac{\partial Q_x}{\partial y} \quad (2.44)$$

$$\mu \frac{\partial Q_{xa}}{\partial t} = \frac{\partial P_y}{\partial z} - \frac{\partial P_z}{\partial y} \quad (2.45)$$

$$\mu \frac{\partial Q_{ya}}{\partial t} = \frac{\partial P_z}{\partial x} - \frac{\partial P_x}{\partial z} \quad (2.46)$$

$$\mu \frac{\partial Q_{za}}{\partial t} = \frac{\partial P_x}{\partial y} - \frac{\partial P_y}{\partial x} \quad (2.47)$$

Dans ces considérations, la détermination des composantes de  $\vec{P}$  et  $\vec{Q}$  passe en premier lieu par le calcul des composantes  $\vec{P}_{ia}$  et  $\vec{Q}_{ka}$ . Après discrétisation aux différences centrées de ces dernières, nous remontons aux composantes de  $\vec{P}$  et  $\vec{Q}$  données par:

$$P_z = (\varepsilon/(\varepsilon - \beta)) \left[ P_{za} + \frac{\sin \theta \cos \varphi}{\varepsilon v_i} Q_{ya} - \frac{\sin \theta \sin \varphi}{\varepsilon v_i} Q_{xa} \right] \quad (2.48)$$

$$Q_z = (\varepsilon/(\varepsilon - \beta)) \left[ Q_{za} + \frac{\sin \theta \sin \varphi}{\mu v_i} P_{xa} - \frac{\sin \theta \cos \varphi}{\mu v_i} P_{ya} \right] \quad (2.49)$$

$$P_x = P_{xa} + \frac{\sin \theta \sin \varphi}{\varepsilon v_i} Q_z \quad (2.50)$$

$$P_y = P_{ya} - \frac{\sin \theta \cos \varphi}{\varepsilon v_i} Q_z \quad (2.51)$$

$$Q_x = Q_{xa} - \frac{\sin \theta \sin \varphi}{\mu v_i} P_z \quad (2.52)$$

$$Q_y = Q_{ya} + \frac{\sin \theta \cos \varphi}{\mu v_i} P_z \quad (2.53)$$

où :

$$\beta = \frac{\sin^2 \theta}{\mu v_i} \quad (2.54)$$

Par ailleurs, dans le cas d'un matériau dispersif le système d'équations (2.42-2.47) ne peut être résolu directement car la permittivité  $\varepsilon$  décrite par le modèle de Drude est fonction de la fréquence  $\omega$ . On est amené à introduire alors une nouvelle variable  $L_{xa}$  telle que:

$$L_{xa} = \varepsilon(\omega) P_{xa} \quad (2.55)$$

L'équation (2.42) prend la forme suivante:

$$\varepsilon \frac{\partial L_{xa}}{\partial t} = \frac{\partial Q_z}{\partial y} - \frac{\partial Q_y}{\partial z} \quad (2.56)$$

En injectant la permittivité dans (2.55) nous obtenons:

$$L_{xa} = \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma_D} \right) P_{xa} \quad (2.57)$$

Pour passer dans le domaine temporel, on effectue une transformée de Fourier et après plusieurs transformations du système d'équations (2.48-2.53), l'équation de mise à jour, par exemple de la composante  $P_z$  s'écrit [93]:

$$\eta P_z^{n+1} = -\chi P_z^{n-1} + 4\varepsilon_0 P_z^n + (\gamma_D \Delta t + 2) \left[ L_{za}^{n+1} + \frac{\sin \theta \cos \varphi}{v_i} Q_{ya}^{n+1} - \frac{\sin \theta \sin \varphi}{v_i} Q_{xa}^{n+1} \right] - 4L_z^n + (-\gamma_D \Delta t + 2) L_z^{n-1} \quad (2.58)$$

avec:

$$\eta = [\xi - (\gamma_D \Delta t + 2)\beta] \quad (2.59)$$

Les composantes  $P_x$ ,  $P_y$ ,  $Q_z$  s'obtiennent de la même manière. Si la permittivité du milieu est décrite par le modèle de Drude-Lorentz.

La composante  $P_{xa}$  est alors calculée à partir des équations suivantes:

$$\psi_{Dxa}^n = C_D^\rho \psi_{Dxa}^{n-1} + C_D^\delta P_{xa}^n \quad (2.60)$$

$$\psi_{Lxa}^n = C_L^\rho \psi_{Lxa}^{n-1} + C_L^\delta P_{xa}^n \quad (2.61)$$

$$P_{xa}^{n+1} = C^\alpha P_{xa}^n + C^\beta \left( \frac{\partial Q_z^{n+\frac{1}{2}}}{\partial y} - \frac{\partial Q_y^{n+\frac{1}{2}}}{\partial z} \right) + C^\gamma \operatorname{Re}(\psi_{Dxa}^n + \psi_{Lxa}^n) \quad (2.62)$$

$\psi_{Dxa}^n$  et  $\psi_{Lxa}^n$  sont deux accumulateurs récursifs et  $C^\alpha, C^\beta, C^\gamma, C_D^\rho, C_L^\rho, C_L^\delta$  sont des constantes définies dans la référence [89]. Prenons l'équation (2.48), pour le calcul de  $P_z$ , nous introduisons une nouvelle variable définie par:

$$M_z = P_z - P_{za} \quad (2.63)$$

En remplaçant dans l'équation (2.48) nous obtenons:

$$\varepsilon M_z = \left[ \beta P_z + \frac{\sin \theta \cos \varphi}{v_i} Q_{ya} - \frac{\sin \theta \sin \varphi}{v_i} Q_{xa} \right] \quad (2.64)$$

L'équation (2.64) se met sous la forme:

$$\varepsilon \frac{\partial M_z}{\partial t} = \left[ \beta \frac{\partial P_z}{\partial t} + \frac{\sin \theta \cos \varphi}{v_i} \frac{\partial Q_{ya}}{\partial t} - \frac{\sin \theta \sin \varphi}{v_i} \frac{\partial Q_{xa}}{\partial t} \right] \quad (2.65)$$

En suivant le même raisonnement que dans le calcul de la composante  $P_{xa}$  nous aboutissons à une équation de mise à jour pour le modèle de Drude- Lorentz de la forme:

$$\begin{aligned}
(1 - C^\beta / \beta \Delta t) P_z^{n+1} &= P_{za}^{n+1} + C^\alpha M_z^n + \\
C^\beta / \Delta t &\left[ -\beta P_z^n + \frac{\sin \theta \cos \varphi}{v_i} (Q_{ya}^{n+1} - Q_{ya}^n) - \frac{\sin \theta \sin \varphi}{v_i} (Q_{xa}^{n+1} - Q_{xa}^n) \right] + \\
C^\gamma \operatorname{Re}(\psi_{Dz}^n + \psi_{Lz}^n) &
\end{aligned} \tag{2.66}$$

Les composantes  $P_x, P_y, Q_z$  sont déterminées de façon similaire.

### 2.2.5. FDTD pour les matériaux anisotropes

Rappelons que le tenseur de la permittivité  $\varepsilon$  d'un milieu anisotrope est donné par:

$$[\varepsilon] = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \tag{2.67}$$

La projection des équations (1.1) et (1.2) dans un repère cartésien  $(ox, oy, oz)$  donne un système de six équations algébriques:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right] \tag{2.68}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right] \tag{2.69}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right] \tag{2.70}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon_{xx} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \varepsilon_{xy} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \varepsilon_{xz} \frac{\partial E_z}{\partial t} \tag{2.71}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon_{yx} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \varepsilon_{yy} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \varepsilon_{yz} \frac{\partial E_z}{\partial t} \tag{2.72}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \varepsilon_{zx} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \varepsilon_{zy} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \varepsilon_{zz} \frac{\partial E_z}{\partial t} \tag{2.73}$$

Les équations (2.68, 2.69, 2.70) sont discrétisées suivant le schéma usuel de Yee du milieu isotrope. Tandis que les équations (2.71, 2.72, 2.73) sont discrétisées suivant le schéma de John Schneider [87].

#### - Schéma de Schneider

Nous voyons apparaître dans les équations (2.71, 2.72, 2.73) des dérivées temporelles des composantes du champ électrique couplées à celles du champ magnétique. Ce couplage est dû aux termes non diagonaux du tenseur de la permittivité. Lorsque ces derniers s'annulent, et

pour des termes diagonaux identiques, nous obtenons les équations d'un milieu isotrope. Les composantes du champ électrique  $\vec{E}$  se calculent alors aisément dans le cadre du schéma de Yee.

Dans le cas où les termes non-diagonaux du tenseur de la permittivité sont non nuls la discrétisation de ces équations se fait de la manière suivante:

Prenons par exemple  $E_x$  au point  $(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, \left(n + \frac{1}{2}\right)\Delta t)$ . L'approximation de la

composante  $E_x$  à l'instant  $\left(n + \frac{1}{2}\right)$  se fait de la manière suivante:

$$E_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) \approx \frac{1}{2} \left( E_x^{n+1}(i, j, k) + E_x^n(i, j, k) \right) \quad (2.74)$$

$$\frac{\partial E_x^{n+\frac{1}{2}}}{\partial t} = \frac{E_x^{n+1}(i, j, k) - E_x^n(i, j, k)}{\Delta t} \quad (2.75)$$

En remplaçant dans l'équation (2.71) nous obtenons:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\partial y} - \frac{\partial H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\partial z} = \\ \frac{1}{\Delta t} \left( \varepsilon_{xx} \left( E_x^{n+1}(i, j, k) - E_x^n(i, j, k) \right) + \varepsilon_{xy} \left( E_y^{n+1}(i, j, k) - E_y^n(i, j, k) \right) + \varepsilon_{xz} \left( E_z^{n+1}(i, j, k) - E_z^n(i, j, k) \right) \right) \end{aligned} \quad (2.76)$$

Les équations (2.72) et (2.73) sont calculées de la même manière. Ainsi, le système d'équation obtenu peut se mettre sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{bmatrix} E_x^{n+1}(i, j, k) \\ E_y^{n+1}(i, j, k) \\ E_z^{n+1}(i, j, k) \end{bmatrix} = \frac{\varepsilon^{-1}}{\Delta t} \begin{bmatrix} \frac{\partial H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\partial y} - \frac{\partial H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\partial z} - \frac{\partial H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\partial x} - \frac{\partial H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\partial y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_x^n(i, j, k) \\ E_y^n(i, j, k) \\ E_z^n(i, j, k) \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

Prenons la composante au point  $(i, j, k)$  de  $E_z$  celle-ci se calcul comme suit:

$$E_z^{n+1}(i, j, k) = E_z^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\delta} \left[ \begin{aligned} & \left( \varepsilon_{yz} \varepsilon_{zy} - \varepsilon_{yy} \varepsilon_{zx} \right) \left( \frac{\partial H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\partial y} - \frac{\partial H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\partial z} \right) + \\ & \left( \varepsilon_{zx} \varepsilon_{xy} - \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zy} \right) \left( \frac{\partial H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\partial z} - \frac{\partial H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\partial x} \right) + \\ & \left( \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xy} \varepsilon_{yx} \right) \left( \frac{\partial H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\partial x} - \frac{\partial H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\partial y} \right) \end{aligned} \right] \quad (2.78)$$

où:

$$\delta = \varepsilon_{xx} (\varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} - \varepsilon_{zy} \varepsilon_{yz}) - \varepsilon_{xy} (\varepsilon_{yx} \varepsilon_{zz} - \varepsilon_{zx} \varepsilon_{yz}) + \varepsilon_{xz} (\varepsilon_{yx} \varepsilon_{zy} - \varepsilon_{zx} \varepsilon_{yy})$$

$\delta$  est le déterminant du tenseur  $\varepsilon$ .

Sachant que, les composantes du champ électrique se calculent aux points:

$$E_x \left( \left( i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, j \Delta y, k \Delta z, n \Delta t \right), E_y \left( i \Delta x, \left( j + \frac{1}{2} \right) \Delta y, k \Delta z, n \Delta t \right), E_z \left( i \Delta x, j \Delta y, \left( k + \frac{1}{2} \right) \Delta z, n \Delta t \right) \text{ et}$$

celles du champ magnétique se calculent aux points:

$$H_x \left( i \Delta x, \left( j + \frac{1}{2} \right) \Delta y, \left( k + \frac{1}{2} \right) \Delta z, \left( n + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right), H_y \left( \left( i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, j \Delta y, \left( k + \frac{1}{2} \right) \Delta z, \left( n + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right), \\ H_z \left( \left( i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, \left( j + \frac{1}{2} \right) \Delta y, k \Delta z, \left( n + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right).$$

Le calcul de l'équation (2.78) de  $E_z$  au point  $\left( i \Delta x, j \Delta y, \left( k + \frac{1}{2} \right) \Delta z \right)$  dans ce cas fait intervenir les champs suivants:

$$\frac{\partial H_y^{n+\frac{1}{2}} \left( i, j, k + \frac{1}{2} \right)}{\partial x}, \frac{\partial H_x^{n+\frac{1}{2}} \left( i, j, k + \frac{1}{2} \right)}{\partial y}, \frac{\partial H_z^{n+\frac{1}{2}} \left( i, j, k + \frac{1}{2} \right)}{\partial x}, \\ \frac{\partial H_z^{n+\frac{1}{2}} \left( i, j, k + \frac{1}{2} \right)}{\partial y}, \frac{\partial H_x^{n+\frac{1}{2}} \left( i, j, k + \frac{1}{2} \right)}{\partial z}, \frac{\partial H_y^{n+\frac{1}{2}} \left( i, j, k + \frac{1}{2} \right)}{\partial z}$$

Ces derniers se calculent comme suit:

$$\frac{\partial H_x^{n+\frac{1}{2}} \left( i, j, k + \frac{1}{2} \right)}{\partial y} = \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}} \left( i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right) - H_x^{n+\frac{1}{2}} \left( i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k \right)}{\Delta y} \quad (2.79)$$



$$\frac{\partial H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)}{\partial x} = \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) - H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right)}{\Delta x} \quad (2.80)$$

$$\frac{\partial H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)}{\partial z} = \frac{1}{4\Delta z} \left( \begin{array}{l} H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{3}{2}\right) + H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j - \frac{1}{2}, k + \frac{3}{2}\right) - \\ H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}\right) - H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j - \frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}\right) \end{array} \right) \quad (2.81)$$

$$\frac{\partial H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)}{\partial z} = \frac{1}{4\Delta z} \left( \begin{array}{l} H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{3}{2}\right) + H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j, k + \frac{3}{2}\right) - \\ H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k - \frac{1}{2}\right) - H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j, k - \frac{1}{2}\right) \end{array} \right) \quad (2.82)$$

$$\frac{\partial H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)}{\partial y} = \frac{1}{4\Delta y} \left( \begin{array}{l} H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1\right) + H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) + \\ H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1\right) + H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) - \\ H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k + 1\right) - H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k\right) - \\ H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k + 1\right) - H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k\right) \end{array} \right) \quad (2.83)$$

$$\frac{\partial H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)}{\partial x} = \frac{1}{4\Delta x} \left( \begin{array}{l} H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1\right) + H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) + \\ H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k + 1\right) + H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k\right) - \\ H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1\right) - H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) - \\ H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k + 1\right) - H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k\right) \end{array} \right) \quad (2.84)$$

### a) Application de la méthode FDTD anisotrope pour des structures 2D magnéto-optiques

Dans le cas 2D où  $z$  est invariant dans l'espace, pour une aimantation dirigée suivant l'axe  $z$ , les équations de mises à jour des composantes des champs électriques et magnétiques du mode TM pour un milieu magnéto-optique sans perte s'écrivent comme suit:

$$E_x^{n+1}(i, j) = E_x^n(i, j) + \frac{\Delta t}{\Delta y} \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - g^2} \right)_{(i,j)} \left[ H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1) \right] + \frac{\Delta t}{4\Delta x} \left( \frac{ig}{\varepsilon^2 - g^2} \right)_{(i,j)} \left[ H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+1, j) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j) + H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+1, j-1) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j-1) \right] \quad (2.85)$$

$$E_y^{n+1}(i, j) = E_y^n(i, j) + \frac{\Delta t}{4\Delta y} \left( \frac{ig}{\varepsilon^2 - g^2} \right)_{(i,j)} \left[ H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j+1) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1) + H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j+1) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j-1) \right] - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - g^2} \right)_{(i,j)} \left[ H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j-1) \right] \quad (2.86)$$

$$\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - H_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu(i, j)} \left[ \frac{E_x^n(i, j+1) - E_x^n(i, j)}{\Delta y} - \frac{E_x^n(i+1, j) - E_x^n(i, j)}{\Delta x} \right] \quad (2.87)$$

A partir de ces équations nous pouvons remarquer que le champ électrique est calculé aux instants  $n\Delta t$ , le champ magnétique est décalé d'un demi-pas de temps de celui des composantes électriques. Les composantes magnétiques se calculent aux instants  $\left(n + \frac{1}{2}\right)\Delta t$ .

Les composantes du champ électrique sont calculées au centre des arêtes, elles sont entourées de six composantes magnétiques. Tandis que les composantes du champ magnétique, elles, sont calculées aux centres des faces et sont entourées de quatre composantes du champ électrique comme le montre la Figure-2.5. Cette disposition particulière des composantes électriques et magnétiques permet de respecter les conditions de continuité des champs aux interfaces entre deux milieux différents.

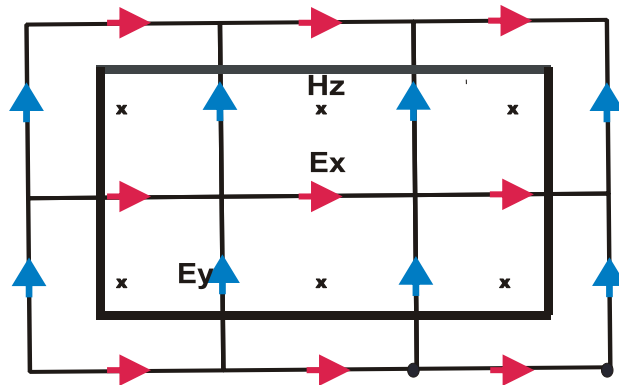


Figure-2.5: La disposition des champs électriques et magnétiques suivant le schéma de Schneider 2D du mode TM

## b) Application de la méthode FDTD anisotrope pour des structures magnéto optiques 1D

A une dimension  $\frac{\partial}{\partial z} = 0$  et  $k_x$  est constant, le système d'équations précédent se simplifie encore plus et s'écrit comme suit:

$$E_x^{n+1}(j) = E_x^n(j) + \frac{\Delta t}{\Delta y} \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - g^2} \right)_{(j)} \left[ H_z^{n+\frac{1}{2}}(j) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(j-1) \right] - \Delta t \left( \frac{ig}{\varepsilon^2 - g^2} \right)_{(j)} ik_x H_z^{n+\frac{1}{2}}(j) \quad (2.88)$$

$$E_y^{n+1}(j) = E_y^n(j) + \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left( \frac{ig}{\varepsilon^2 - g^2} \right)_{(j)} \left[ H_z^{n+\frac{1}{2}}(j+1) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(j-1) \right] - \Delta t \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - g^2} \right)_{(j)} ik_x H_z^{n+\frac{1}{2}}(j) \quad (2.89)$$

$$H_z^{n+\frac{1}{2}}(j) = H_z^{n-\frac{1}{2}}(j) + \frac{\Delta t}{\mu(j)} \left[ \frac{E_x^n(j+1) - E_x^n(j)}{\Delta y} - ik_x E_y^n(j) \right] \quad (2.90)$$

### 2.2.6. Dispersion numérique et condition de stabilité de l'algorithme FDTD

Le calcul des composantes du champ électromagnétique est introduit dans un algorithme de calcul itératif temporel qui découle du schéma aux différences centrées. Les problèmes de stabilité numérique ont été analysés pour la première fois par Courant, Friedrich et Levy [95], à partir d'une approche mathématique rigoureuse. Taflove [96] a appliqué cette approche pour la méthode FDTD qui lie le pas temporel aux pas spatiaux. A deux dimensions, ce critère est donné par:

$$v_{\max} \Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}}} \quad (2.91)$$

$v_{\max}$  est la vitesse maximale de propagation dans le milieu étudié. En général  $v_{\max} = c$  ( $c$  est la vitesse de la lumière).

### 2.2.7. Condition d'absorption aux frontières

Ce type de conditions aux limites permet de décrire des systèmes ouverts, c'est-à-dire des systèmes dans lesquels les ondes qu'ils émettent ou réfléchissent ou diffractent se propagent à l'infini. En effet, l'espace mémoire limité des calculateurs impose aux utilisateurs de la FDTD de borner leur domaine de calcul. Aux limites du domaine tronqué, les champs électromagnétiques ne peuvent pas être calculés par les équations discrétisées précédemment.

L'existence de frontières nécessite un traitement particulier pour empêcher que l'onde électromagnétique incidente sur ces bords ne se réfléchisse.

Il existe deux classes de méthodes pour résoudre les problèmes aux frontières:

Les méthodes qui expriment le champ sur la frontière uniquement en fonction du champ déjà calculé à l'intérieur du domaine étudié. C'est le cas des conditions de Mur. Ces conditions sont très faciles à mettre en œuvre. Par contre, elles ne sont rigoureusement valables que pour les ondes arrivant en incidence normale à la limite du domaine, car des réflexions parasites apparaissent en incidence oblique.

Les méthodes qui ajoutent autour du domaine d'étude une couche, non forcément physique, ne provoquant aucune réflexion et absorbant quasi totalement le champ électromagnétique. C'est le cas des couches parfaitement adaptées de Bérenger que nous avons adapté pour mener nos calculs.

#### **a) Couche absorbante de Bérenger:**

Une des conditions aux limites les plus utilisées sont les PML (couches parfaitement adaptées) décrites par Bérenger [97]. Elles permettent de descendre à des réflexions de l'ordre de  $10^{-5}$  (amplitude du champ), sur une très large gamme d'incidences et de fréquences. Ces conditions partent de la condition d'adaptation d'impédance de deux ondes à l'interface entre deux milieux de même indice mais dont l'un est absorbant présentant une conductivité électrique et magnétique non nulle. Dans le vide, cette condition s'exprime comme suit:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma^*}{\mu_0}$$

Dans ce cas l'onde n'est pas réfléchi à l'interface entre les deux milieux et s'atténue dans la partie absorbante. L'épaisseur de la couche absorbante peut être choisie aussi grande que voulue pour limiter la réflexion en bord du domaine. Cette adaptation d'impédance n'est toutefois possible qu'à incidence normale. La solution introduite par Bérenger consiste à rendre le milieu absorbant et artificiellement biaxe. L'absorption n'est alors choisie non nulle que suivant l'axe normal à l'interface entre les deux milieux (Figure-2.6). A l'interface, l'onde plane incidente est décomposée en deux ondes:

- 1) Une onde à incidence normale, qui vérifié la condition précédente et qui n'est pas réfléchié à l'interface entre le milieu non absorbant et le milieu absorbant.
- 2) Une onde à incidence rasante pour laquelle aucune absorption n'apparaît. Cette onde ne subit par conséquent aucune réflexion.

Il suffit donc de rajouter des couches de types PML tout autour du domaine de calcul pour absorber sans réflexions une onde incidente arrivant avec une incidence quelconque. L'épaisseur de cette couche peut être choisie aussi grande que possible pour absorber l'onde incidente.

Une condition de mur métallique peut alors être imposée en limite de PML sans réflexion conséquente d'énergies dans le domaine de calcul.

Le seul facteur de réflexion résiduelle d'une PML provient de la discontinuité induite par la discrétisation spatiale. Pour réduire cet effet, il est courant d'imposer une gradation progressive en loi de puissance de l'absorption dans la couche PML:

$$\sigma(\rho) = \sigma_m \left( \frac{\rho}{e} \right)^n \quad (2.92)$$

Avec:

$\sigma_m$  la conductivité maximale

$\rho$  la Profondeur à l'intérieur de la région PML

$e$  la profondeur totale de la couche PML ( $\approx 10\Delta$ )

$n$  l'ordre de l'équation de croissance de la conductivité, aussi appelé ordre de la PML. Ce facteur est, dans la plupart des cas, choisi entre 2 et 5.

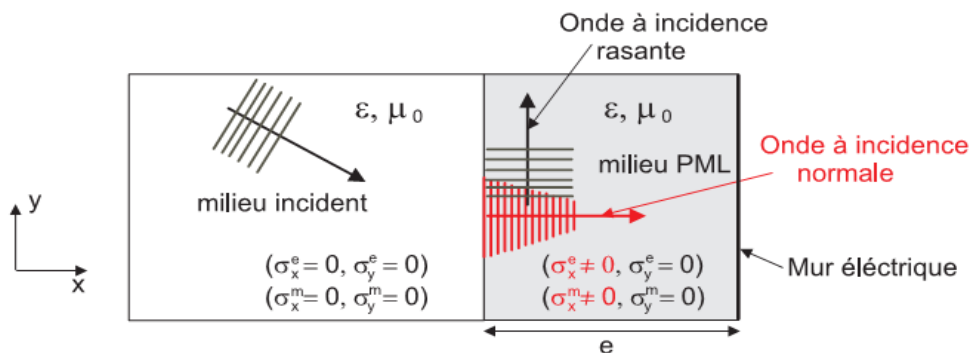


Figure-2.6: Principe de fonctionnement de la PML de Bérenger

### b) Conditions aux limites périodiques

Les structures périodiques sont définies comme une reproduction d'un motif de base suivant une ou plusieurs directions. On utilise cette propriété pour restreindre leur modélisation à une seule période. Sur les bords du domaine, on utilise la condition qui traduit cette périodicité issue du théorème de Bloch. Cette condition, appliquée aux composantes de champ  $u$  (champ électrique ou magnétique) dans une structure de période  $a$  s'écrit :

$$u(x+a, t) = u(x, t) \exp(-ika) \quad (2.93)$$

Ces conditions aux limites sont donc implémentées pour modéliser des structures infiniment périodiques.

## 2.3. Autres méthodes de simulations

La FDTD est un outil très puissant capable de traiter des problèmes électromagnétiques très généraux. Mais souvent les temps de calcul demeurent très longs et comme c'est une méthode numérique il est difficile d'en extraire des discussions théoriques. Dans des cas plus simples (réseaux  $1D$  ou  $2D$ ) d'autres outils théoriques sont disponibles. Le laboratoire P.M Duffieux les a adaptés aux matériaux magnéto-optiques. De plus ils nous fourniront ainsi des tests de nos codes de calculs FDTD.

Dans le paragraphe suivant, nous prenons un exemple très intéressant montrant comment la présence d'un champ magnétique peut induire un effet non réciproque dans un matériau structuré et ceci pour une géométrie du champ magnétique inusuelle (configuration de Voigt-Cotton Mouton) qui est souvent considérée comme symétrique.

### 2.3.1. Etude de l'effet non-réciproque dans un réseau $1D$ et $2D$

#### a) Structure multicouche $1D$ (Réseau de Bragg)

Un cristal photonique  $1D$  (CP1D) est une succession de milieux homogènes séparés par des interfaces planes et parallèles telle que montrée dans la Figure-2.7. Les plans des interfaces sont parallèles au plan  $(x-y)$ . Il s'agit d'un réseau de Bragg dans le cas de milieux isotropes, largement étudié et utilisé pour la conception de dispositifs anti reflets et de filtres interférentiels et en optique intégrée. Par contre, ces structures avec milieux anisotropes sont plus compliquées à modéliser et font actuellement l'objet d'intenses investigations [98,99]

Pour des raisons technologiques, les CP1D magnéto-optiques les plus étudiés sont à aimantation perpendiculaire (selon  $y$ ). Ainsi, nous nous focaliserons sur le cas d'un milieu

magnéto-optique (éventuellement sans pertes) en présence d'un champ magnétique statique parallèle à l'axe des  $y$ . Dans ce cas, le tenseur diélectrique s'écrit:

$$[\varepsilon] = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & \varepsilon_{xz} \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ \varepsilon_{zx} & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.94)$$

Si on considère un milieu isotrope en l'absence d'aimantation, cette matrice se simplifie :

( $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon$ ) et  $\varepsilon_{xz} = (\varepsilon_{zx})^* = ig$ , le tenseur  $\varepsilon$  prend la forme simplifiée suivante:

$$[\varepsilon] = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & ig \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ -ig & 0 & \varepsilon \end{pmatrix} \quad (2.95)$$

Pour des ondes électromagnétiques se propageant uniquement dans le plan  $(x-z)$  dans ce milieu, deux types de modes propres apparaissent : le mode transverse électrique (TE :  $E_y, B_x, B_z$ ) et le mode transverse magnétique (TM :  $B_y, E_x, E_z$ ).

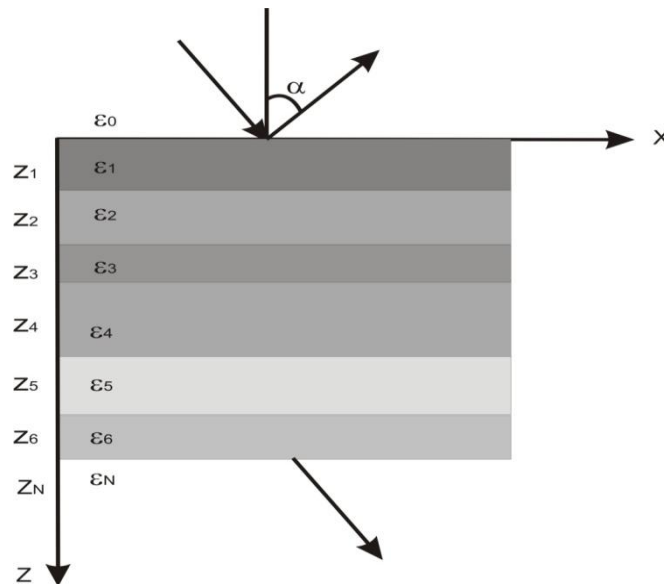


Figure-2.7: Système de multicouches planes

#### - Equations de dispersion d'un milieu anisotrope

Dans un milieu homogène de tenseur diélectrique donné par (2.95), l'équation de dispersion reliant le vecteur d'onde  $\vec{k}$  aux pulsations  $\omega$  peut être déterminée aisément à l'aide des équations de Maxwell.

Dans le cas de propagation dans le plan  $(x-z)$ , on a  $k_y = 0$ , l'équation de Maxwell-Faraday (1.1) s'écrit :

$$\omega B_x = k_y E_z - k_z E_y \Rightarrow B_x = -\frac{k_z}{\omega} E_y \quad (2.96)$$

$$\omega B_y = k_z E_x - k_x E_z \quad (2.97)$$

$$\omega B_z = k_x E_y - k_y E_x \Rightarrow B_z = \frac{k_x}{\omega} E_y \quad (2.98)$$

Sachant que:

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \Rightarrow k_x B_x + k_y B_y + k_z B_z = 0 \Rightarrow B_z = -\frac{k_x}{k_z} B_x \quad (2.99)$$

De plus, la projection de l'équation de Maxwell Ampère (1.2) donne:

$$-\frac{\omega}{c^2} (\varepsilon_{xx} E_x + \varepsilon_{xy} E_y + \varepsilon_{xz} E_z) = k_y B_z - k_z B_y = -k_z B_y \quad (2.100)$$

$$-\frac{\omega}{c^2} (\varepsilon_{yx} E_x + \varepsilon_{yy} E_y + \varepsilon_{yz} E_z) = k_z B_x - k_x B_z \quad (2.101)$$

$$-\frac{\omega}{c^2} (\varepsilon_{zx} E_x + \varepsilon_{zy} E_y + \varepsilon_{zz} E_z) = k_x B_y - k_y B_x = k_x B_y \quad (2.102)$$

-

Comme le tenseur  $\varepsilon$  n'a pas de termes non diagonaux en y ( $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = 0$ ), l'équation (2.101) devient:

$$-\frac{\omega}{c^2} (\varepsilon_{yy} E_y) = k_z B_x - k_x B_z \quad (2.103)$$

Comme nous l'avons vu dans les équations ((2.96) et (2.98))  $B_x$  et  $B_z$  s'expriment en fonction de  $E_y$  et l'équation (2.103) prend la forme:

$$-\frac{\omega}{c^2} (\varepsilon_{yy} E_y) = -\frac{k_z^2}{\omega} E_y - \frac{k_x^2}{\omega} E_y \quad (2.104)$$

### - Equation de dispersion pour le mode TE

Si  $E_y$  est différent de zéro, l'équation de dispersion (2.104) s'écrit :

$$\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{yy} = (k_z^2 + k_x^2) \quad (2.105)$$

A partir de l'équation (2.105), nous remarquons que l'extrémité du vecteur d'onde décrit un cercle de rayon  $\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{yy}}$ . Ainsi, pour le mode TE, tout se passe comme si le milieu était isotrope d'indice  $n = \sqrt{\varepsilon_{yy}}$  et sans propriété magnéto-optique.



### - Equation de dispersion du mode TM

Dans le cas du mode TM les composantes mises en jeu sont  $E_x$ ,  $E_z$ ,  $B_y$ . Elles sont reliées par les deux équations (2.100) et (2.102). Pour  $E_y=0$ , ces deux équations s'écrivent respectivement:

$$k_z B_y = -\frac{\omega}{c^2} (\varepsilon_{xx} E_x + \varepsilon_{xz} E_z) \quad (2.106)$$

$$k_x B_y = -\frac{\omega}{c^2} (\varepsilon_{zx} E_x + \varepsilon_{zz} E_z) \quad (2.107)$$

En exprimant  $E_x$ ,  $E_z$  en fonction de  $B_y$ , l'équation de dispersion du mode TM s'écrit sous la forme:

$$-\frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\varepsilon_{zz} k_z^2 + \varepsilon_{xz} k_x k_z + \varepsilon_{zx} k_z k_x + \varepsilon_{xx} k_x^2}{\varepsilon_{zx} \varepsilon_{xz} - \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz}} \quad (2.108)$$

Dans le cas d'un milieu isotrope ou ( $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon$ ) et milieu magnéto-optique ( $\varepsilon_{xz} = -\varepsilon_{zx} = ig$ ), l'équation de dispersion devient:

$$k_x^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\varepsilon^2 - g^2}{\varepsilon} = \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\varepsilon} \quad (2.109)$$

L'équation aux valeurs propres (2.109) est celle d'un cercle de rayon  $\frac{\omega}{c} \sqrt{\tilde{\varepsilon}}$ .

avec :

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{\varepsilon^2 - g^2}{\varepsilon} \quad (2.110)$$

L'équation (2.110) montre que la constante diélectrique effective contient l'effet magnéto-optique de façon quadratique.

En somme, dans le cas d'un effet magnéto-optique transversal ( $\vec{B}_0$  parallèle à y et donc perpendiculaire au plan de propagation), les modes TE et TM sont découplés et l'effet magnéto-optique en TE n'existe pas. Par contre, pour le mode TM l'équation de dispersion dépend bien de l'effet magnéto-optique et montre une réciprocité car l'effet est en  $g^2$ . Cette propriété de réciprocité est valable uniquement pour des milieux infinis. Cependant, pour un système structuré, par exemple un système fini de multicouches, nous allons démontrer que

les conditions aux limites induisent une non-réciprocité qui pourra être mise en évidence et être observable pour des géométries particulières.

### b) Equation de dispersion dans un système de multicouches

Considérons un système de N couches planes dont l'empilement est suivant l'axe (oz). Les conditions aux limites appliquées imposent la continuité des composantes tangentielles des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  ( $E_x, E_y, H_x, H_y$ ) et des composantes normales ( $B_z, D_z$ ).

#### - Conditions aux limites pour le mode TE

On sait que pour le mode TE seules les composantes non nulles sont ( $E_y, B_x, B_z$ ) et les relations reliant ces composantes ne font pas intervenir  $g$ . Par conséquent, les conditions aux limites de ce mode sont identiques à celles d'un mode TE d'un milieu isotrope sans effet magnéto-optique, elles s'écrivent comme suit :

$$E_y \text{ continue}$$

$$B_x \text{ continue} \Rightarrow k_z E_y \text{ continue}$$

$$B_z \text{ continue} \Rightarrow k_x E_y \text{ continue}$$

La composante  $k_x$  du vecteur d'onde est la même pour tous les champs dans la structure.

#### - Conditions aux limites pour le mode TM

Les conditions aux limites de ce mode sont modifiées profondément par rapport au mode TM d'un milieu isotrope sans effet magnéto-optique. Les composantes considérées sont ( $E_x, E_z, B_y$ ) et la composante fondamentale  $B_y$  doit être continue. Ces conditions s'écrivent:

$$B_y \text{ continue}$$

$$E_x \text{ continue}$$

Mais dans notre cas  $E_x$  et  $B_y$  ne sont pas indépendants, ils sont reliés par l'équation :

$$E_x = \frac{c^2}{\omega} \frac{\varepsilon k_z + i g k_x}{\varepsilon^2 - g^2} B_y \quad (2.111)$$

Afin de simplifier les notations on introduit les deux constantes suivantes:

$$\begin{cases} \tilde{\eta} = \frac{k_z}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon k_z}{\varepsilon^2 - g^2} \\ \tilde{g} = \frac{g}{\varepsilon^2 - g^2} \end{cases} \quad (2.112)$$

L'équation (2.111) se met alors sous la forme suivante:

$$E_x = \frac{c^2}{\omega} (\tilde{\eta} + i\tilde{g}k_x) B_y \quad (2.113)$$

$E_x$  contient deux termes qui dépendent de l'effet magnéto-optique. Le premier est en

$\frac{\varepsilon k_z}{\varepsilon^2 - g^2} = \frac{k_z}{\varepsilon}$  qui est semblable à celui du mode TM d'un milieu isotrope où  $\frac{k_z}{\varepsilon}$  est remplacé par  $\frac{k_z}{\varepsilon}$ . Ce terme est réciproque, il change de signe avec  $k_z$  et il dépend de  $g$  de façon

quadratique. Quant au deuxième terme, il est proportionnel à  $g$  et  $k_x$ . Cet effet magnéto-optique est linéaire, il change de signe avec le champ magnétique. Il a donc des propriétés spécifiques qui vont induire une non-réciprocité quand  $k_x$  sera non nul.

Nous venons de montrer l'existence d'un effet non-réciproque dans un CPID fini dans le cas du mode TM. Dans ce qui suit, nous allons décrire les méthodes de calcul numériques qui prennent en considération ces effets magnéto-optiques transverses.

## 2.4. Méthodes de simulation

### a) Méthode matricielle (matrice de transfert)

L'étude de la propagation dans un multicouche anisotrope périodique peut être réalisée par la méthode dite de la matrice de transfert. Cette dernière permet d'exprimer les amplitudes des champs dans une couche  $l$  donnée en fonction de celles de la couche  $l-1$ .

En effet, dans la couche  $l$  de tenseur diélectrique  $\tilde{\varepsilon}_l$ , l'équation de dispersion du mode TM s'écrit:

$$k_{z,l}^2 + k_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\varepsilon_l^2 - g_l^2}{\varepsilon_l} \quad (2.114)$$

L'équation aux valeurs propres (2.114) permet de déterminer le vecteur d'onde  $k_{z,l}$ . Ce dernier admet deux solutions qui sont données par:

$$k_{z,l} = \pm \gamma_l = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \frac{\varepsilon_l^2 - g_l^2}{\varepsilon_l} - k_x^2} \quad (2.115)$$

Ces deux modes ont des vecteurs d'ondes  $k_z$  opposés. Le premier  $k_z = +\gamma_l$  est un mode descendant, le second  $k_z = -\gamma_l$  est un mode montant. Le champ magnétique dans la couche  $l$  s'écrit alors sous la forme:

$$\vec{B}_l = \vec{u}_y \exp(-i\omega t + ik_x x) \left( B_l^+ \exp(i\gamma_l (z - z_l)) + B_l^- \exp(-i\gamma_l (z - z_l)) \right) \quad (2.116)$$

Quant à la composante selon  $x$  du champ électrique elle s'écrit simplement en fonction de  $B_y$  comme suit:

$$E_{lx} = \frac{c^2}{\omega} \exp(-i\omega t + ik_x x) \left( B_l^+ (\tilde{\eta}_l + i\tilde{g}_l k_x) \exp(+i\gamma_l (z - z_l)) + B_l^- (-\tilde{\eta}_l + i\tilde{g}_l k_x) \exp(-i\gamma_l (z - z_l)) \right) \quad (2.117)$$

où:

$z_l$  est l'abscisse du dioptre supérieur du milieu  $l$  d'épaisseur  $e_l = z_l - z_{l-1}$ .

Les conditions de continuité appliquées à  $B_y$  et  $E_x$  sur le dioptre  $z_{l-1}$  entre le milieu  $l-1$  et  $l$  nous donne:

$$B_{l-1}^+ + B_{l-1}^- = B_l^+ \exp(-i\gamma_l e_l) + B_l^- \exp(+i\gamma_l e_l) \quad (2.118)$$

$$(\tilde{\eta}_{l-1} + i\tilde{g}_{l-1} k_x) B_{l-1}^+ + (-\tilde{\eta}_{l-1} + i\tilde{g}_{l-1} k_x) B_{l-1}^- = (\tilde{\eta}_l + i\tilde{g}_l k_x) B_l^+ \exp(-i\gamma_l e_l) + (-\tilde{\eta}_l + i\tilde{g}_l k_x) B_l^- \exp(+i\gamma_l e_l) \quad (2.119)$$

Les équations (2.118) et (2.119) peuvent se mettre sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \tilde{\eta}_l + i\tilde{g}_l k_x & -\tilde{\eta}_l + i\tilde{g}_l k_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{l-1}^+ \\ B_{l-1}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \tilde{\eta}_l + i\tilde{g}_l k_x & -\tilde{\eta}_l + i\tilde{g}_l k_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(-i\gamma_l e_l) & 0 \\ 0 & \exp(i\gamma_l e_l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_l^+ \\ B_l^- \end{pmatrix} \quad (2.120)$$

Il est commode d'introduire plusieurs matrices :

La matrice de propagation dans la couche  $l$ :

$$\hat{P}_l(e) = \begin{pmatrix} \exp(-i\gamma_l e_l) & 0 \\ 0 & \exp(i\gamma_l e_l) \end{pmatrix} \quad (2.121)$$

La matrice interface:

$$d_l = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \tilde{\eta}_l + i\tilde{g}_l k_x & -\tilde{\eta}_l + i\tilde{g}_l k_x \end{pmatrix} \quad (2.122)$$

Le vecteur des amplitudes du champ dans le milieu  $l$ :

$$\psi_l = \begin{pmatrix} B_l^+ \\ B_l^- \end{pmatrix} \quad (2.123)$$

Le système matriciel (2.120) se réécrit comme suit:

$$d_{l-1}\psi_{l-1} = d_l P_l(e_l)\psi_l \quad (2.124)$$

Dans le cas d'un système à trois couches successives, pour la deuxième couche comprise entre les deux autres, la matrice de transfert  $M$  peut s'écrire en fonction des matrices  $d_l$  de la manière suivante:

$$M = d_1^{-1} d_2 \hat{P}_2(e_2) d_2^{-1} d_3 \quad (2.125)$$

### - Matrice dynamique

Pour simplifier les calculs, on introduit la matrice dynamique  $D_l(e_l)$  définie comme suit:

$$D_l(e_l) = d_l \hat{P}_l(e_l) d_l^{-1} \quad (2.126)$$

Les propriétés de  $D_l(e_l)$  ne dépendent que des propriétés de la couche considérée (épaisseur, constantes diélectriques et magnéto-optiques). Ainsi, la matrice de transfert d'un empilement de couches compris entre le milieu d'entrée et le milieu de sortie est le produit des matrices dynamiques des couches successives encadré par les matrices  $(d_0)^{-1}$  et  $d_s$  des milieux d'entrée et de sortie. Cette matrice s'écrit donc:

$$M = d_0^{-1} D_1(e_1) D_2(e_2) D_3(e_3) \dots D_N(e_N) d_s \quad (2.127)$$

Le tableau suivant donne les expressions des matrices introduites dans le cas des milieux isotropes et magnéto-optiques à aimantation transverse.

Isotrope	Magnéto-Kerr Transverse
$d_l = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \eta & -\eta \end{pmatrix}$	$d_l = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \tilde{\eta}_l + i\tilde{g}_l k_x & -\tilde{\eta}_l + i\tilde{g}_l k_x \end{pmatrix}$
$d_l^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{\eta_l} \\ 1 & -\frac{1}{\eta_l} \end{pmatrix}$	$d_l^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 - \frac{i\tilde{g}_l k_x}{\tilde{\eta}_l} & \frac{1}{\tilde{\eta}_l} \\ 1 + \frac{i\tilde{g}_l k_x}{\tilde{\eta}_l} & -\frac{1}{\tilde{\eta}_l} \end{pmatrix}$
$D_l = \begin{pmatrix} \cos(e_l \gamma_l) & \frac{-i \sin(e_l \gamma_l)}{\eta_l} \\ \frac{-i \sin(e_l \gamma_l)}{\eta_l} & \cos(e_l \gamma_l) \end{pmatrix}$	$D_l = \begin{pmatrix} \cos(e_l \gamma_l) - \frac{\tilde{g}_l k_x \sin(e_l \gamma_l)}{\tilde{\eta}_l} & \frac{-i \sin(e_l \gamma_l)}{\tilde{\eta}_l} \\ -i \sin(e_l \gamma_l) \frac{(\tilde{g}_l k_x)^2 + (\tilde{\eta}_l)^2}{\tilde{\eta}_l} & \cos(e_l \gamma_l) + \frac{\tilde{g}_l k_x \sin(e_l \gamma_l)}{\tilde{\eta}_l} \end{pmatrix}$
$\det(D) = 1$	$\det(D) = 1$

**Tableau-2.1:** Expressions des matrices introduites dans les milieux isotropes et les milieux magnéto-optiques à aimantation transverse.

L'examen de ce tableau montre bien l'apparition de termes magnéto-optiques linéaires en  $g$  sur la diagonale principale de la matrice dynamique.

La méthode matricielle est très utilisée pour le calcul des diagrammes de bandes, des spectres de réflexion et de transmission des structures anisotropes ( $1D$ ) finies ou infinies telles que les réseaux de Bragg [100]. Cependant, elle ne peut être employée pour des structures  $2D$  et  $3D$  où d'autres méthodes doivent être utilisées.

### b) Méthode des ondes planes

La méthode des ondes planes est de type fréquentiel et consiste à développer la permittivité  $\varepsilon(r)$  et le champ électromagnétique sur une base finie de  $N$  ondes planes (décomposition en  $N$  séries de Fourier).

Prenant un milieu dépourvu de charges et de courants, l'équation de propagation du champ électrique  $\vec{E}$  (1.8) du chapitre1 s'écrit:

$$\eta(\vec{r}) \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E}) = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} \quad (2.128)$$

$\eta(\vec{r})$  étant l'inverse du tenseur permittivité.

Comme en général, dans un milieu inhomogène  $\text{div}\vec{E} \neq 0$ , l'équation (2.128) reste difficile à utiliser car elle contient des solutions correspondant à des fréquences nulles (modes longitudinaux). Mais il ya des cas particuliers, quand le champ électrique est transverse, où cette équation est commode.

L'équation de propagation du champ magnétique  $\vec{B}$  s'écrit:

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\eta(\vec{r}) \overrightarrow{\text{rot}}\vec{B}) = -i \frac{\omega}{c^2} \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{B} \quad (2.129)$$

La décomposition dans l'espace réciproque des champs électrique et magnétique ainsi que des tenseurs  $\varepsilon$  et  $\eta$  donne:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \vec{E}(\vec{G}) \exp(i(\vec{G} + \vec{K})\vec{r}) \quad (2.130)$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \vec{B}(\vec{G}) \exp(i(\vec{G} + \vec{K})\vec{r}) \quad (2.131)$$

$$\varepsilon(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \varepsilon(\vec{G}) \exp(i\vec{G}\vec{r}) \quad (2.132)$$

$$\eta(\vec{r}) = \varepsilon(\vec{r})^{-1} = \sum_{\vec{G}} \eta(\vec{G}) \exp(i\vec{G}\vec{r}) \quad (2.133)$$

En remplaçant chaque terme par sa valeur dans les équations (2.128) et (2.129) nous obtenons les équations aux valeurs propres suivantes:

$$-\sum_{\vec{G}} \eta(\vec{G} - \vec{G}') \cdot (\vec{G}' + \vec{k}) \wedge \left[ (\vec{G}' + \vec{k}) \wedge E_y(\vec{G}') \right] = \frac{\omega^2}{c^2} E_y(\vec{G}) \quad (2.134)$$

$$-\sum_{\vec{G}} (\vec{G} + \vec{k}) \wedge \left[ \eta(\vec{G} - \vec{G}') \cdot (\vec{G}' + \vec{k}) \wedge B_y(\vec{G}') \right] = \frac{\omega^2}{c^2} B_y(\vec{G}) \quad (2.135)$$

Dans le cas d'un matériau magnéto-optique à aimantation transverse le tenseur de permittivité prend la forme (2.95) et le tenseur  $\eta$  s'écrit:

$$[\eta] = [\varepsilon]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - g^2} & 0 & \frac{-ig}{\varepsilon^2 - g^2} \\ 0 & \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - g^2} & 0 \\ \frac{ig}{\varepsilon^2 - g^2} & 0 & \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - g^2} \end{bmatrix} \quad (2.136)$$

Pour le mode TE, il est judicieux d'utiliser l'équation (2.128). Ainsi, après développement de l'équation (2.134) nous obtenons une équation aux valeurs propres pour  $E_y(\vec{G})$  qui s'écrit comme suit:

$$\sum_{\vec{G}} \eta_{yy}(\vec{G} - \vec{G}') |\vec{G}' + \vec{k}|^2 E_y(\vec{G}') = \frac{\omega^2}{c^2} E_y(\vec{G}) \quad (2.137)$$

Quant aux modes TM, nous utilisons l'équation (2.129) et l'équation aux valeurs propres (2.135) pour  $B_y(\vec{G})$  devient :

$$\begin{aligned} & \sum_{\vec{G}} \left[ \eta_{xx}(\vec{G} - \vec{G}') (\vec{G} + \vec{k})_z (\vec{G}' + \vec{k})_z + \eta_{yy}(\vec{G} - \vec{G}') (\vec{G} + \vec{k})_x (\vec{G}' + \vec{k})_x \right] B_y(\vec{G}') + \dots \\ & - \sum_{\vec{G}} \left[ \eta_{xz}(\vec{G} - \vec{G}') (\vec{G} + \vec{k})_x (\vec{G}' + \vec{k})_z + \eta_{zx}(\vec{G} - \vec{G}') (\vec{G}' + \vec{k})_z (\vec{G} + \vec{k})_x \right] B_y(\vec{G}') = \frac{\omega^2}{c^2} B_y(\vec{G}) \end{aligned} \quad (2.138)$$

Dans le cas d'un milieu isotrope, en présence d'un champ magnétique selon  $y$ , l'équation aux valeurs propres (2.138) se met sous la forme:

$$\begin{aligned} & \sum_{\vec{G}} \eta_{G, \vec{G}'} \left[ (\vec{G}' + \vec{k})_z (\vec{G} + \vec{k})_z + (\vec{G}' + \vec{k})_x (\vec{G} + \vec{k})_x \right] B_y(\vec{G}') - \\ & \sum_{\vec{G}} i \tilde{g}_{\vec{G}, \vec{G}'} \left[ (\vec{G} + \vec{k})_x + (\vec{G} + \vec{k})_z + (\vec{G}' + \vec{k})_z + (\vec{G} + \vec{k})_x \right] B_y(\vec{G}') = \frac{\omega^2}{c^2} B_y(\vec{G}) \end{aligned} \quad (2.139)$$

avec:

$$\begin{cases} \eta(\vec{r}) = \frac{\varepsilon(\vec{r})}{\varepsilon(\vec{r})^2 - g(\vec{r})^2} \\ g(\vec{r}) = \frac{g(\vec{r})}{\varepsilon(\vec{r})^2 - g(\vec{r})^2} \end{cases}$$



Dans le cas d'un réseau (2D), l'équation aux valeurs propres (2.137) du mode TE se simplifie et prend la forme:

$$\sum_{\vec{G}} \eta_{yy}(\vec{G} - \vec{G}') |\vec{G}' + \vec{k}|^2 E_y(\vec{G}') = \frac{\omega^2}{c^2} E_y(\vec{G}) \quad (2.140)$$

Cette équation est similaire à celle d'un milieu isotrope sans champ magnétique.

L'équation aux valeurs propres (2.139) du mode TM s'écrit:

$$\begin{aligned} \sum_{\vec{G}} \eta_{G,\vec{G}'} \left[ (\vec{G}' + \vec{k})_z (\vec{G} + \vec{k})_z + (\vec{G}' + \vec{k})_x (\vec{G} + \vec{k})_x \right] B_y(\vec{G}') - \\ \sum_{\vec{G}} \tilde{g}_{\vec{G},\vec{G}'} \left[ (\vec{G} + \vec{k})_x (\vec{G} + \vec{k})_z + (\vec{G}' + \vec{k})_z (\vec{G} + \vec{k})_x \right] B_y(\vec{G}') = \frac{\omega^2}{c^2} B_y(\vec{G}) \end{aligned} \quad (2.141)$$

Nous pouvons voir apparaître des termes magnéto-optiques linéaires. Ces deux équations se simplifient pour un réseau 1D (réseau de Bragg) de périodicité parallèle à l'axe  $z$  et prennent respectivement les formes suivantes:

$$\sum_{\vec{G}} \eta_{G,\vec{G}'} \left[ (G' + k_z)^2 + k_x^2 \right] E_y(\vec{G}') = \frac{\omega^2}{c^2} E_y(\vec{G}) \quad (2.142)$$

$$\sum_{\vec{G}} \left\{ \tilde{\eta}_{G,\vec{G}'} \left[ (G' + k_z)(G + k_z) + k_x^2 \right] + ik_x \tilde{g}_{\vec{G},\vec{G}'} \right\} B_y(\vec{G}') = \frac{\omega^2}{c^2} B_y(\vec{G}) \quad (2.143)$$

Comme dans la méthode matricielle, là aussi il n'existe pas d'effet magnéto-optique pour les modes TE qui présentent les mêmes équations de dispersion que celles d'un réseau de Bragg avec des matériaux isotropes. Pour les CP1D et CP2D, les modes TM, quant à eux, sont modifiés par le champ magnétique extérieur appliqué. Le second terme des équations dépend linéairement du coefficient magnéto-optique. Une non-réciprocité optique pourra donc apparaître dans certaines conditions.

La méthode PWE est une méthode relativement rapide en temps de calcul, elle est efficace dans le calcul des diagrammes de dispersion des structures anisotropes périodiques infinies. Cependant, elle reste limitée dans le calcul des spectres de transmission et de réflexion et dans ses applications aux structures finies ou contenant des défauts.

Toutefois, la méthode dite «super-cellule» permet d'obtenir l'équation de dispersion des modes de défauts de cristaux photoniques mais les temps de calculs sont plus longs et des artefacts de calculs peuvent apparaître.

## 2.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons décrit l'ensemble des concepts et fondements théoriques nécessaires à la méthode de calculs utilisée, à savoir la FDTD. Cette dernière est implémentée dans un premier temps pour des milieux isotropes. Ainsi, nous avons rappelé les équations de Maxwell et les notions de polarisations TE et TM. Le caractère dispersif des milieux est pris en compte en considérant les modèles de Drude et Drude Lorentz. L'éclairage en incidence oblique des structures est simulé par la technique SFM-FDTD. Concernant l'effet de l'anisotropie, il est mis en évidence en implémentant un nouveau schéma de discrétisation. Les effets non réciproques dans des réseaux  $1D$  et  $2D$  magnéto-optiques sont mis en évidence grâce à des méthodes théoriques moins efficaces que la FDTD mais qui fournissent des formules analytiques dans ces cas moins généraux.

# **Chapitre3**

**Modélisation de structures  
métalliques à ouvertures annulaires:  
Excitation du mode TEM**

### 3.1 Introduction

Les structures à ouvertures annulaires AAA (en anglais Annular Aperture Arrays Figure-3.1) ont suscité ces dernières années un grand intérêt pour la conception de dispositifs optiques ultracompacts présentant des possibilités de transmission exaltée. Ce phénomène a été initialement observé à travers un réseau à ouvertures cylindriques [10-14]. En effet, il a été montré que la transmission normalisée est plus importante par rapport à celle mesurée à travers une seule ouverture et que la somme des intensités transmises par chacune des ouvertures reste très faible par rapport à la transmission globale correspondant à la totalité du réseau. Il a été également établi que la longueur d'onde du pic de transmission correspond exactement à l'excitation des plasmons de surface de la structure ne présentant pas d'ouvertures. Par conséquent, la transmission exaltée a été corrélée aux plasmons de surface [15-19] bien qu'il existe dans la littérature d'autres explications en relation avec les résonances induites par les cavités [20-23].

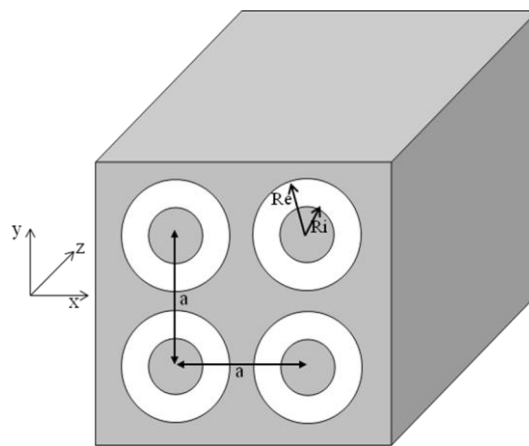


Figure-3.1: Structure AAA

En pratique, ces structures AAA sont utilisées comme guides d'ondes de longueurs d'onde beaucoup plus grandes que les dimensions d'ouverture. Elles ont montré plusieurs propriétés optiques particulières. Par exemple, la longueur d'onde de coupure d'un mode guidé peut être judicieusement déplacée vers des longueurs d'onde plus grandes lorsqu'on diminue l'écart entre le rayon extérieur et le rayon intérieur. Par ailleurs, lorsque ces structures sont à fort coefficient électro-optique, une faible vitesse de groupe du mode fondamental est obtenue ouvrant ainsi le champ à d'autres applications. Enfin, il est établi dans le cadre de cette thèse qu'un guide d'onde coaxial peut supporter un mode guidé sans coupure, à savoir le mode

TEM. A travers une étude théorique, nous montrons la façon dont la transmission optique exaltée peut être obtenue par l'excitation du mode TEM. Ce chapitre est donc consacré à l'étude paramétrique de l'excitation du mode TEM de ces structures AAA. Nous avons choisi de le structurer comme suit:

Une première partie est dédiée à la description de la structure et des différents modes d'un guide d'onde coaxial suivi d'un bref historique sur l'origine de la transmission exaltée à travers ces ouvertures. La seconde partie porte sur la présentation de nos résultats de simulation mettant en exergue l'excitation du mode TEM dans une structure en métal réel. Une discussion sur les différents mécanismes permettant l'excitation de ce mode et l'optimisation de sa transmission est également rapportée.

### 3.2 Structure du champ électromagnétique dans un guide d'onde coaxial en métal parfait

Cette partie décrit le champ électromagnétique des différents modes présents dans un guide d'onde coaxial de rayon interne  $R_i$  et de rayon externe  $R_e$ . Ce champ électromagnétique est déterminé à partir de l'équation d'onde déduite des équations de Maxwell, en considérant des conditions aux limites sur les parois de ce guide [101].

#### -Mode TM

Pour ce mode, le champ magnétique est transverse à la direction de propagation ( $H_z = 0$ ) et les composantes du champ électrique sont toutes non nulles. En coordonnées cylindriques  $(\rho, \theta, z)$  les champs électrique et magnétique prennent les formes suivantes:

$$E_\rho = -E_0 \frac{i\gamma}{k_c} \left[ Y_m(k_c R_i) J'_m(k_c \rho) - J_m(k_c R_i) Y'_m(k_c \rho) \right] \quad (3.1)$$

$$E_\theta = -E_0 \frac{m\gamma}{\rho k_c^2} \left[ Y_m(k_c R_i) J_m(k_c \rho) - J_m(k_c R_i) Y_m(k_c \rho) \right] \quad (3.2)$$

$$E_z = E_0 \left[ Y_m(k_c R_i) J_m(k_c \rho) - J_m(k_c R_i) Y_m(k_c \rho) \right] \quad (3.3)$$

$$H_\rho = -E_0 \frac{m\omega\epsilon}{k_c^2 \rho} \left[ Y_m(k_c R_i) J_m(k_c \rho) - J_m(k_c R_i) Y_m(k_c \rho) \right] \quad (3.4)$$

$$H_\theta = E_0 \frac{j\omega\epsilon}{k_c} \left[ Y_m(k_c R_i) J'_m(k_c \rho) - J_m(k_c R_i) Y'_m(k_c \rho) \right] \quad (3.5)$$

$$H_z = 0 \quad (3.6)$$

$J_m$  et  $Y_m$  représentent respectivement les fonctions de Bessel de premier et deuxième espèce.  $m$  est un entier positif indiquant l'ordre des fonctions de Bessel,  $E_0$  et  $H_0$  sont des constantes,  $\gamma$  est un paramètre caractéristique de la propagation selon l'axe ( $z$ ) et  $k_c$  le nombre d'onde de coupure de formule:

$$k_c^2 = \gamma^2 + \omega^2 \mu \epsilon \quad (3.7)$$

L'expression approchée de la longueur d'onde de coupure de ce mode est:

$$\lambda_{cTMm,n} \approx \frac{2(R_e - R_i)}{n} \quad (3.8)$$

où  $n$  un entier positif.

### -Mode TE:

Dans le cas du mode TE le champ électrique est transverse à la direction de propagation ( $E_z = 0$ ) et les composantes du champ magnétique sont toutes non nulles. Pour ce mode, les composantes du champ électrique et magnétique s'écrivent:

$$E_\rho = H_0 \frac{m\omega\mu}{\rho k_c^2} \left[ Y'_m(k_c R_i) J_m(k_c \rho) - J'_m(k_c R_i) Y(k_c \rho) \right] \quad (3.9)$$

$$E_\theta = -H_0 \frac{j\omega\mu}{k_c} \left[ Y'_m(k_c R_i) J'_m(k_c \rho) - J'_m(k_c R_i) Y'_m(k_c \rho) \right] \quad (3.10)$$

$$E_z = 0 \quad (3.11)$$

$$H_\rho = -H_0 \frac{i\gamma}{k_c} \left[ Y'_m(k_c R_i) J'_m(k_c \rho) - J'_m(k_c R_i) Y'_m(k_c \rho) \right] \quad (3.12)$$

$$H_{\theta} = -H_0 \frac{m\gamma}{\rho k_c^2} \left[ Y_m'(k_c R_i) J_m(k_c \rho) - J_m'(k_c R_i) Y_m(k_c \rho) \right] \quad (3.13)$$

$$H_z = H_0 \left[ Y_m'(k_c R_i) J_m(k_c \rho) - J_m'(k_c R_i) Y_m(k_c \rho) \right] \quad (3.14)$$

La longueur d'onde de coupure associée à ce mode s'écrit:

$$\lambda_{cTEM,n} \approx \frac{\pi(R_e + R_i)}{m} \quad (3.15)$$

Notons que le mode  $TE_{11}$  est un mode d'ordre plus élevé car il possède une fréquence de coupure plus basse ou une longueur d'onde de coupure plus élevée. Cette dernière est donnée par:

$$\lambda_{cTE_{11}} \approx \pi(R_e + R_i) \quad (3.16)$$

### -Mode TEM

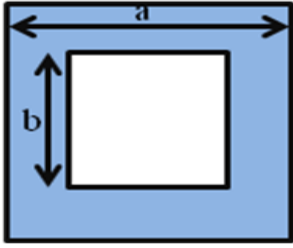
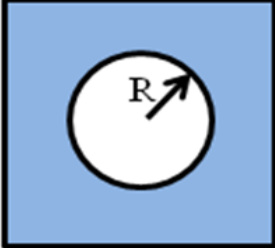
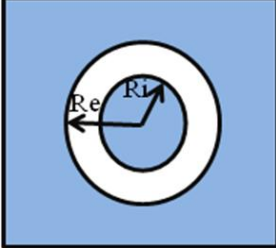
Pour un guide d'onde coaxial parfaitement conducteur, le mode TEM ne présente pas de fréquence de coupure et les composantes longitudinales des champs électriques et magnétiques sont nulles ( $E_z = 0, H_z = 0$ ). Quant aux composantes radiale du champ électrique et transversale du champ magnétique, elles sont données par:

$$E_{\theta} = H_{\rho} = 0 \quad (3.17)$$

$$E_{\rho} = \frac{\omega\mu H_0}{\gamma\rho} e^{im\theta} e^{-i\gamma z} \quad (3.18)$$

$$H_{\theta} = \frac{H_0}{\rho} e^{im\theta} e^{-i\gamma z} \quad (3.19)$$

L'analyse des champs électrique et magnétique de ce mode indique que le champ électrique est radial tandis que le champ magnétique est ortho-radial.

Structures			
Premiers modes	$\lambda_{cTM_{11}} = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ $\lambda_{cTE_{10}} \approx 2a$	$\lambda_{cTE_{11}} = \frac{2\pi R}{1.841}$ $\lambda_{cTM_{01}} = \frac{2\pi R}{2.405}$	$\lambda_{cTE_{m1}} = \frac{\pi(R_e + R_i)}{m}$ $\lambda_{cTE_{mn}} = \frac{\pi(R_e - R_i)}{n-1}$ $\lambda_{cTM_{mn}} = \frac{\pi(R_e - R_i)}{n}$
Exemples	$a = b \approx 250nm$ $\lambda_{cTE_{10}} \approx 500nm$	$R \approx 125nm$ $\lambda_{cTE_{11}} \approx 426.6nm$	$R_e \approx 125nm$ $R_i \approx 75nm$ $\lambda_{cTE_{11}} \approx 628.3nm$

**Tableau-3.1:** Longueurs d'onde de coupure des premiers modes guidés dans le cas d'une structure rectangulaire, cylindrique et coaxiale en métal parfait.

Dans le tableau 3.1 sont rapportées les longueurs d'ondes de coupure des premiers modes guidés d'un guide d'onde rectangulaire, circulaire et annulaire. Pour un guide d'onde rectangulaire de cotés  $a$  et  $b$  ( $a > b$ ) en métal parfait, le mode fondamental est le mode  $TE_{10}$  de longueur d'onde de coupure  $\lambda_c = 2a$ . En passant d'un guide d'onde rectangulaire à un guide d'onde circulaire de rayon  $R = a/2$ , le mode  $TE_{11}$  devient le mode fondamental de fréquence de coupure  $\lambda_c = 1.7a$  inférieure à celle d'un guide rectangulaire. Concernant le guide d'onde annulaire, à l'exception du mode TEM qui ne possède pas de fréquence de coupure et des modes  $TE_{m1}$  de longueurs d'ondes de coupure proportionnelles à la somme des deux rayons intérieur et extérieur, les autres modes ont des longueurs d'ondes de coupure très faibles



puisqu'elles sont proportionnelles à  $(R_e - R_i)$ . Pour le mode  $TE_{11}$ , la longueur d'onde de coupure atteint sa valeur maximale  $\lambda_{cTE_{11}} \approx 2\pi R_e$  lorsque  $R_i \approx R_e$ .

Dans le cas des guides d'ondes métalliques, la dispersion décrite par les constantes de propagation en fonction des constantes géométriques est peu étudiée. Dans ce contexte, P.B. Catrysse et S. Fan [30] ont récemment établi une relation analytique de la dispersion. Celle-ci est résolue numériquement dans le but de déterminer les constantes de propagation dans le cas d'un métal réel. Aussi, la méthode BOR-FDTD (Body-Of-Révolution-Finite Difference Time Domain) [102] a été développée pour déterminer les courbes de dispersion et les constantes de propagation des modes guidés. Les calculs réalisés pour des guides d'ondes circulaires et annulaires en métal parfait et en métal réel ont montré que dans le cas de ce dernier, le mode  $TE_{11}$  est décalé de 130nm vers les grandes longueurs d'ondes. Dans le cas de l'argent, ce décalage atteint 200 nm (voir la Figure-3.2). Un exemple de représentation graphique de lignes de champs électromagnétiques ainsi que de l'intensité lumineuse correspondants aux premiers modes guidés TEM,  $TE_{11}$  et  $TE_{21}$  d'un guide d'onde coaxial est montré dans la Figure-3.3.

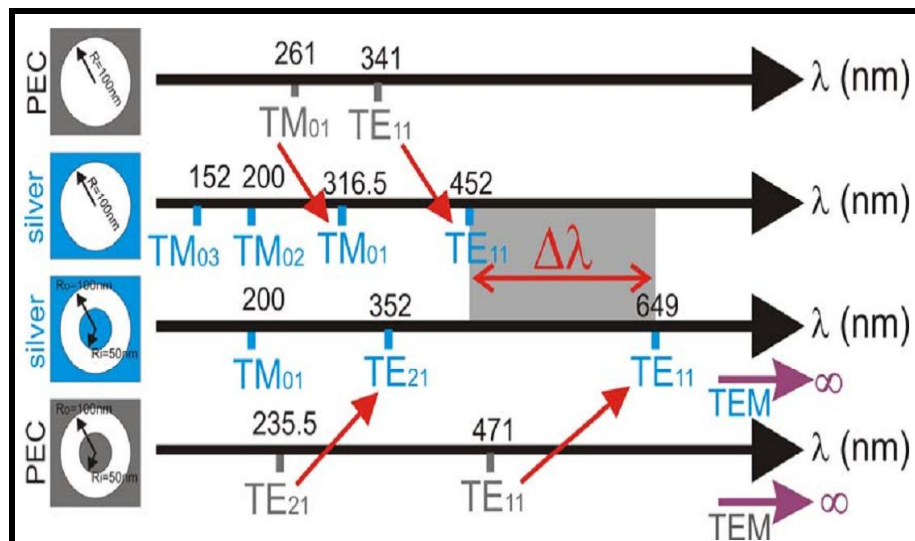


Figure-3.2: Longueurs d'ondes de coupure d'un nano-guide d'onde cylindrique et annulaire en métal parfait et en argent.

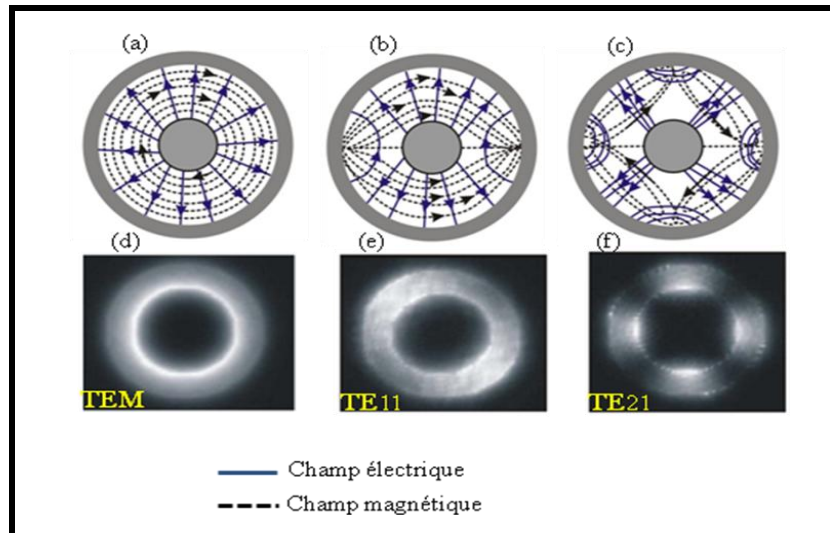


Figure-3.3: Guide d'onde coaxial: structure des modes a) TEM, b)  $TE_{11}$ , c)  $TE_{21}$  et intensité lumineuse correspondante d) TEM, e)  $TE_{11}$ , f)  $TE_{21}$

### 3.3 Etude de la transmission exaltée à travers des nanostructures AAA

L'étude théorique et expérimentale de la transmission exaltée à travers des structures métalliques à ouvertures annulaires sub-longueurs d'ondes a connu un essor considérable ces dernières années. Dans le cas d'un réseau  $1D$  de fentes périodiques, il a été démontré que l'excitation du mode guidé TEM est à l'origine d'une forte transmission qui s'explique par le bon couplage entre l'onde incidente et le mode guidé [103]. L'inconvénient principal d'une telle structure est qu'elle se comporte comme un polariseur car, seules les composantes du champ électrique perpendiculaires à l'axe des fentes sont transmises. Une structure à ouverture cylindrique a été donc proposée par Ebbesen [10] dans le but d'améliorer la transmission indépendamment de la polarisation. La structure considérée est un réseau  $2D$  de cylindres d'air (de diamètre 150 nm, de période 900nm) gravés dans une matrice d'argent de 200nm d'épaisseur. La structure est éclairée en incidence normale. Les auteurs ont mesuré une transmittance de 6% pour certaines longueurs d'onde dans le visible. Dans [10], les auteurs expliquent l'origine de la transmission exaltée par le couplage entre les plasmons de surface de chaque interface métallique. L'influence des paramètres géométriques de la structure tels que la période du réseau, le diamètre des trous, la nature du matériau ainsi que l'angle d'incidence a été également évoquée dans le même article. Depuis les travaux d'Ebbesen plusieurs études expérimentales et théoriques ont été effectuées pour déterminer

l'origine de la transmission exaltée. On citera les travaux publiés dans les références [16, 24] où des ouvertures cylindriques ont été réalisées dans un film d'argent. Les résultats obtenus mettent en évidence une transmission de 70% à travers les cylindres due à l'excitation de la résonance des plasmons de surface à l'interface entre le métal et le diélectrique. Il a été également démontré que l'existence des modes TE et TM dans des cavités cylindriques est à l'origine d'une forte transmission. Les structures à ouvertures cylindriques présentent une bonne transmittance. Leur inconvénient est, que 'en plus du problème de la polarisation, elles sont sensibles à l'angle d'incidence dans le cas d'une transmission basée sur l'excitation du plasmon de surface. Des structures AAA 3D ont été alors proposées puis étudiées théoriquement et expérimentalement [40, 45, 104]. La première démonstration expérimentale de la transmission exaltée à travers ces structures a été effectuée par W.Fan [40] dans le domaine de l'infrarouge. Les structures sont réalisées dans une couche en métal d'or de 100nm d'épaisseur. Des ouvertures annulaires sont gravées dans le métal par lithographie interférométrique. Les mesures de la transmission effectuées en incidence normale ont montré une transmission cinq fois plus grande que celle retrouvée dans des structures à ouvertures cylindriques. Cette étude a été suivie par de nombreuses autres couvrant un large spectre de longueurs d'onde [105,106]. Dans le domaine du visible la première réalisation a été faite par Salvi et *al.*[42] au laboratoire FEMTO-St (Figure-3.4). Un pic de transmission de 17% à la longueur d'onde de 700nm a été enregistré. Ce résultat a été obtenu grâce à une matrice d'ouvertures annulaires de période 600nm et de 150nm d'épaisseur gravées dans un film métallique d'or, puis 90% à l'aide d'une structure en argent (voir la figure-3.5 ) [107].

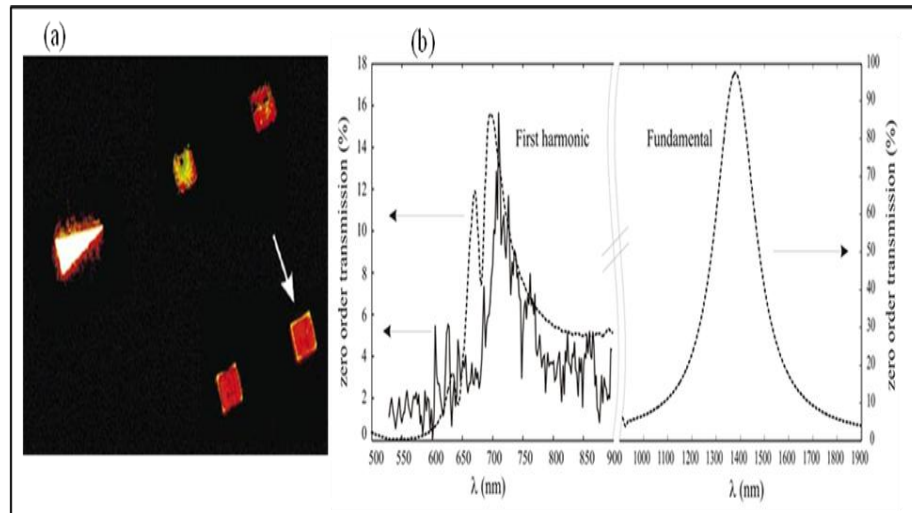


Figure-3.4. a) Image des structures étudiées obtenue par microscopie électronique, b) Spectre de transmission de la structure indiquée dans (a): calcul FDTD (en pointillés), expérimental (en trait plein)

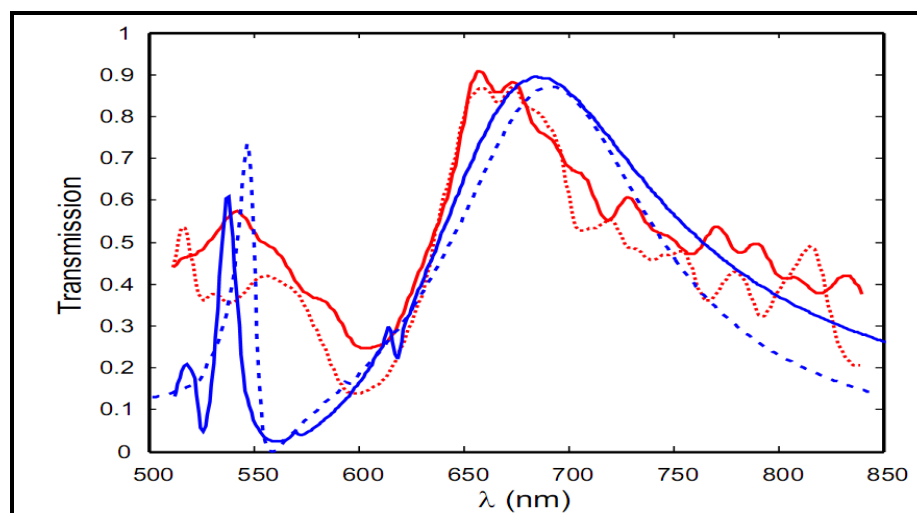


Figure-3.5: Spectre de transmission [107]. Courbe bleue calcul FDTD (ligne en pointillée structure parfaite, ligne pleine structure enregistrée par microscope électronique), courbe rouge résultats expérimentaux (ligne en pointillée la matrice possède 30×30 périodes, ligne pleine la matrice est de 40×40 périodes).

La transmission exaltée est un phénomène qui a intéressé aussi bien les expérimentateurs que les théoriciens. De ce fait, plusieurs méthodes numériques ont été élaborées afin d'élucider l'origine de cette transmission. Popov [23] a développé la méthode Modale de Fourier en reprenant la même structure avec une même épaisseur que celle

proposée par Ebbesen. Les résultats obtenus montrent un pic à la même longueur d'onde que celui rapporté dans [10]. L'auteur explique l'origine de cette transmission par la présence des cavités. L'influence des paramètres géométriques a été étudiée dans le même article. D'autres études théoriques ont été développées. On cite les travaux publiés dans [108, 109], où une étude théorique détaillée a été menée sur une structure à ouvertures cylindriques en argent. L'auteur explique l'origine de la transmission exaltée par la présence de plasmons de surface à l'interface entre le métal et le diélectrique. Dans le cas des structures AAA la méthode FDTD-3D a été développée et appliquée sur une structure en métal parfait de période égale à 300nm et de 200nm d'épaisseur. Le rayon intérieur est fixé à 50nm et le rayon extérieur prend les valeurs respectives de 75nm et 85 nm. La structure est éclairée par une onde plane en incidence normale [32]. Une transmission de 90% pour  $R_e=85\text{nm}$  a été obtenue (voir Figure-3.6). Cette dernière est due à l'excitation du mode  $TE_{11}$  à sa fréquence de coupure. Dans le même article l'excitation du mode TEM a été évoquée, tandis que les conditions d'excitation de ce mode ont été discutées dans les travaux récents de Baida [110]. L'auteur a montré théoriquement que, pour exciter le mode TEM il faut que l'onde incidente soit oblique et polarisée TM. Le schéma montrant la différence entre les deux principes (cas d'une transmission due à l'excitation du plasmon de surface et celui d'une transmission due aux modes guidés) est illustré par la figure-3.7

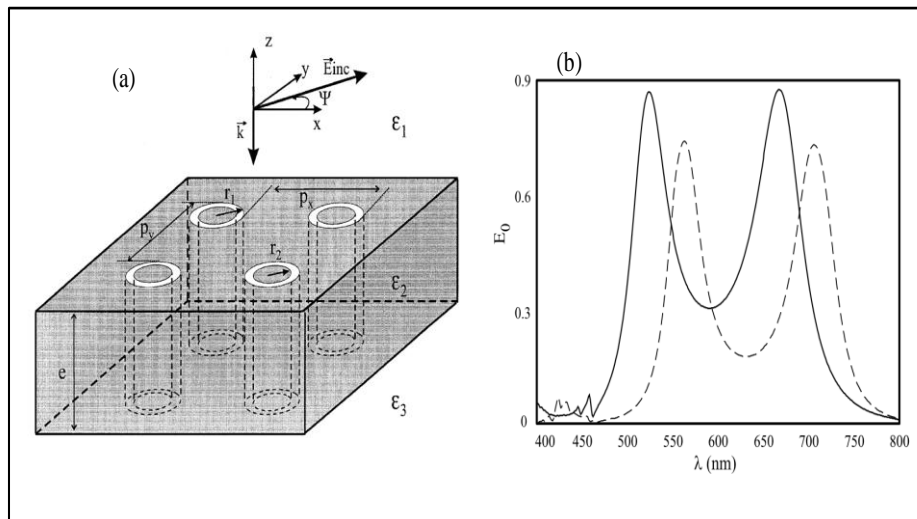


Figure-3.6: a) Structure AAA considérée dans [32] et b) transmission à l'ordre zéro obtenue respectivement pour les deux valeurs de  $R_e$

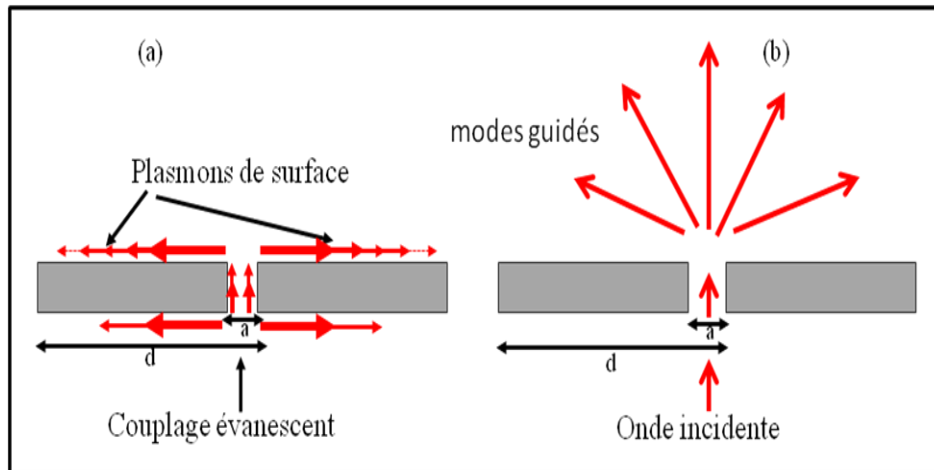


Figure-3.7 : Schéma montrant la différence entre les deux principes: a) transmission due à l'excitation du plasmon de surface (Ebbesen), b) transmission due aux modes guidés (Baida)

Dans [110], un calcul effectué sur une structure AAA en métal parfait d'épaisseur  $h=p/2$  et de rayons intérieur et extérieur  $R_i=p/4$  et  $R_e=p/3$  ( $p$  étant la période) éclairée sous un angle d'incidence de  $40^\circ$  a montré l'apparition d'un mode  $TE_{11}$  dans les deux cas de polarisations. Cependant, un pic supplémentaire apparaît dans le cas de la polarisation TM qui est dû à l'excitation du mode TEM. La position de ce dernier est indépendante de l'angle d'incidence comme le montre la Figure-3.8 (c et d). L'influence de l'angle d'incidence sur l'intensité et la position du pic TEM a également été étudiée dans [57].

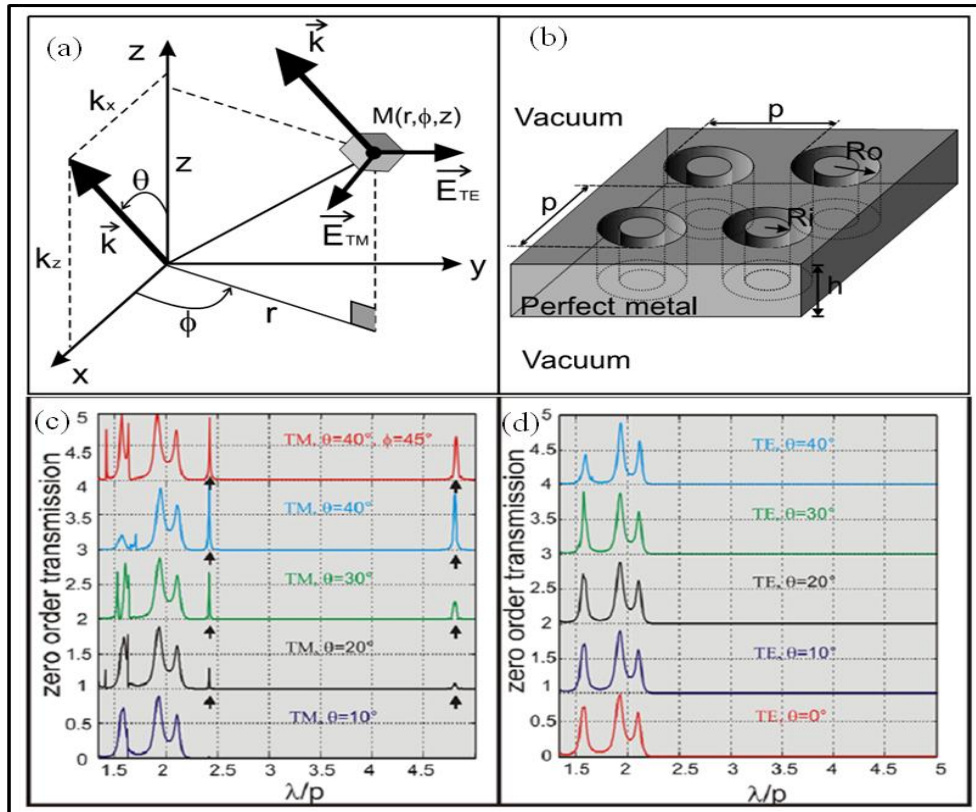


Figure-3.8: a) Les paramètres géométriques utilisés pour décrire la direction du vecteur d'onde en coordonnées cartésiennes et cylindriques, b) la structure AAA utilisée, c) et c) la transmission à l'ordre zéro des modes TM et TE

Comme nous l'avons signalé en introduction, la possibilité de transmission exaltée dans les structures AAA a suscité diverses applications en optique. Dans ce contexte, il a été démontré que des structures AAA à base d'argent présentent dans le visible des taux de transmission pouvant atteindre 90% et de plus, la réponse optique ne dépend pas de l'angle d'incidence [107]. Ces deux propriétés exceptionnelles font que ces structures sont utilisées dans la conception des dispositifs de filtrage. Une étude récente [111] a montré la possibilité de filtrer des couleurs individuelles à travers des structures coaxiales à ouvertures inférieures à 25 nm. L'expérience mettant en évidence le filtrage de couleur est schématisée par la figure-3.9a. Elle consiste à vaporiser, à l'aide d'un faisceau d'électrons un film d'or de 160 nm d'épaisseur sur une couche en titane de 6 nm déposée sur un substrat en quartz. Des anneaux coaxiaux sont usinés à l'aide d'un faisceau d'ions localisé. Le rayon intérieur des anneaux est fixé à 200 nm tandis que le rayon extérieur varie de 225 nm à 270 nm avec un pas de 15nm. Les mesures de transmission obtenues par microscopie électronique à balayage (MEB)

montrent une dépendance du pic de résonance en fonction du diamètre des ouvertures. Des couleurs rouge, jaune, bleu et cyan sont alors observées avec des ouvertures de 40, 80, 120 et 160 nm respectivement (figure-3.9b). Dans le même article, les auteurs calculent les distributions du champ électrique par un calcul FDTD et montrent un fort confinement de la lumière dans la cavité (nano-anneaux) qui correspond au mode  $TE_{11}$ .

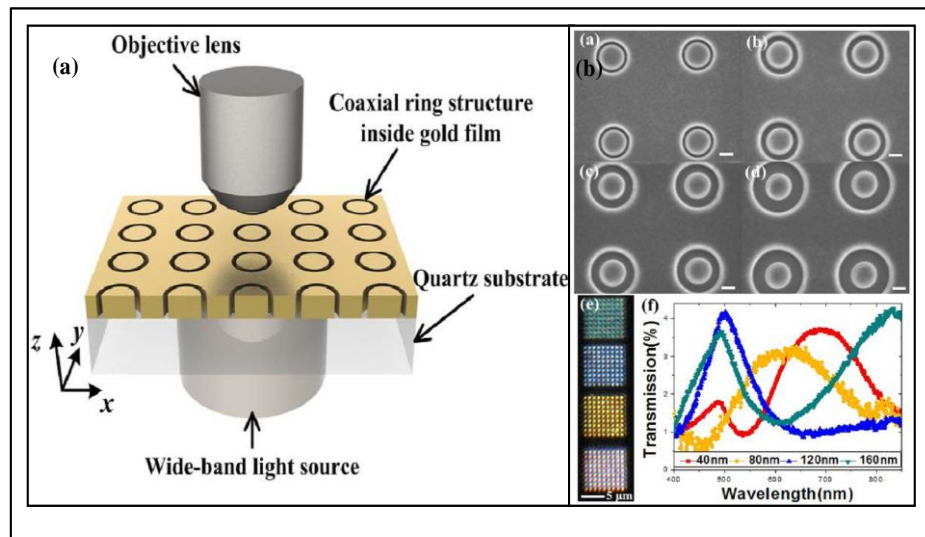


Figure-3.9: Filtrage individuel de couleur à travers une structure AAA [111]

Dans cette partie, nous avons décrit brièvement l'origine de la transmission exaltée dans des structures cylindriques et annulaires. Dans ce qui suit, nous présenterons les spectres de transmission calculés à partir de notre code SFM-FDTD appliqué pour des structures 2D et 3D. L'excitation du mode TEM dans une structure annulaire en métal réel éclairée en incidence oblique sera examinée. Enfin, des configurations permettant l'excitation du mode TEM en incidence normale seront décrites. Cette étude constitue l'essentiel de la première partie de cette thèse et se veut donc une valeur ajoutée à la conception de structure AAA destinée aux applications de nano-optique.

### Test 2D de la méthode SFM-FDTD

La structure 2D considérée est constituée d'un métal en argent, elle est représentée par la figure-3.10a. Cette structure, qui a déjà fait l'objet d'une étude expérimentale et théorique [112], se compose d'un substrat de verre d'indice optique  $n_1 = 1.512$ , d'un film mince en argent d'épaisseur  $e_1 = 35\text{nm}$  suivi d'une couche diélectrique de  $\text{SiO}_2$  d'indice optique



$n_2 = 1.454$  et d'épaisseur  $e_2 = 200\text{nm}$ . Cette structure comporte enfin une dernière couche constituée d'un réseau de traits de largeur égale à  $220\text{nm}$  gravée dans un film d'argent d'épaisseur  $e_3 = 35\text{nm}$ . La période du réseau considérée est de  $485\text{nm}$ . Les différents paramètres du modèle de Drude Lorentz utilisés dans le cas de l'argent sont ceux correspondant aux données expérimentales de la référence [87] à savoir:

$$\varepsilon_\infty = 3.600, \omega_p = 1.06 \times 10^{16} \text{ rad/s}, \gamma_D = 2.794 \times 10^{13} \text{ rad/s}, \Delta\varepsilon = 0.663,$$

$$\Omega_L = 1.632 \times 10^{16} \text{ rad/s}, \Gamma_L = 1.827 \times 10^{13} \text{ rad/s}.$$

La structure est éclairée par une lumière polarisée TM (les fentes sont parallèles au champ magnétique  $H_z$ ) sous une incidence de  $0^\circ$  et de  $5^\circ$  du côté du substrat.

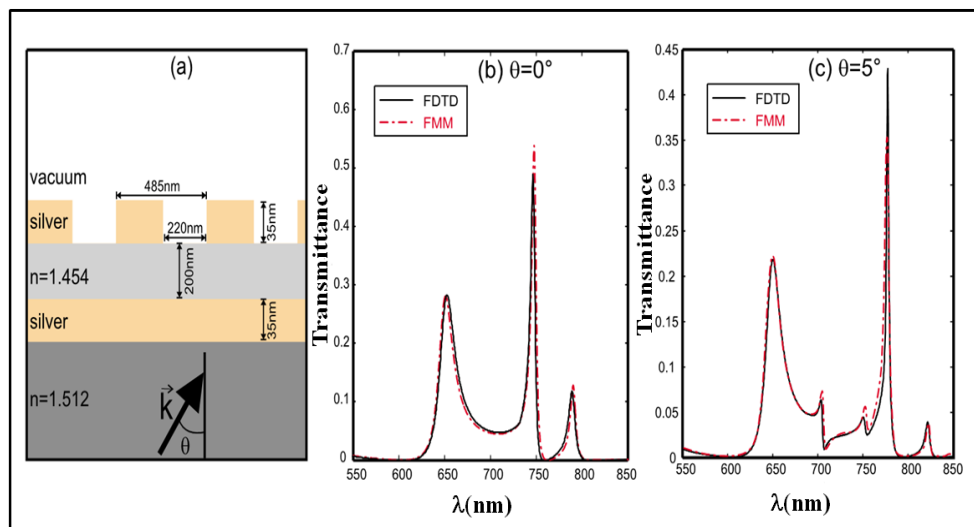


Figure-3.10: a) Structure 2D, b) Spectre de transmission pour  $\theta = 0^\circ$ , c) Spectre de transmission pour  $\theta = 5^\circ$

Les figures-3.10 (b et c) représentent les spectres de transmission calculés dans la région du vide par les méthodes SFM-FDTD et FMM et pour deux angles d'incidence  $\theta = 0^\circ$  et  $5^\circ$ . Il apparaît clairement que les résultats obtenus à partir des deux méthodes sont concordants. Un bon accord a été obtenu également avec les résultats de Blaikie [112].

L'examen des spectres, nous permet de souligner que les pics de transmission sont décalés dans le cas de l'incidence oblique vers des longueurs d'ondes plus grandes correspondant à un comportement plasmonique.

### Test 3D de la méthode SFM-FDTD

Une autre étude a été amenée sur la structure 3D de la référence [113] qui est périodique suivant les deux directions de l'espace de période  $D=300\text{nm}$  et finie suivant la troisième et d'épaisseur de  $100\text{nm}$ . Cette structure en argent est déposée sur un substrat en verre d'indice optique  $n=1.5$  avec des ouvertures annulaires à section carrée de côté égal à  $w_1=105\text{nm}$  et  $w_2=150\text{nm}$ , gravées dans le métal (figure-3.11a). Cette structure est éclairée sous un angle d'incidence de  $20^\circ$  du côté du vide. L'angle Azimutal est  $\varphi=0^\circ$  et les propriétés optiques de l'argent sont décrites par le modèle de Drude avec  $\varepsilon_\infty=1$ ,  $\omega_p=1.374\times 10^{16}\text{rad/s}$  et  $\gamma_D=3.21\times 10^{13}\text{rad/s}$ . Les conditions périodiques sont appliquées suivant les deux directions et des couches PML sont imposées suivant la troisième direction. Signalons qu'une telle structure peut être réalisée par lithographie interférométrique ou par faisceaux d'ions focalisés [41, 45, 105].

La figure-3.11d décrit les courbes de transmission de cette structure pour  $\theta=20^\circ$  et une polarisation TM obtenues par les méthodes SFM-FDTD (trait plein) et FMM (trait discontinu). L'analyse de ces courbes, montre qu'une transmission supérieure à 80% est obtenue pour une longueur d'onde de  $900\text{nm}$ . Le spectre de transmission pour des angles d'incidences variant de  $0^\circ$  à  $70^\circ$  calculé toujours par les deux méthodes est montré dans les figures-3.11 (b et c). On remarque que les spectres sont en bon accord et mettent en évidence que la longueur d'onde de résonance est indépendante de l'angle d'incidence alors que, les discontinuités dues aux anomalies (Rayleigh et Wood) ne le sont pas.

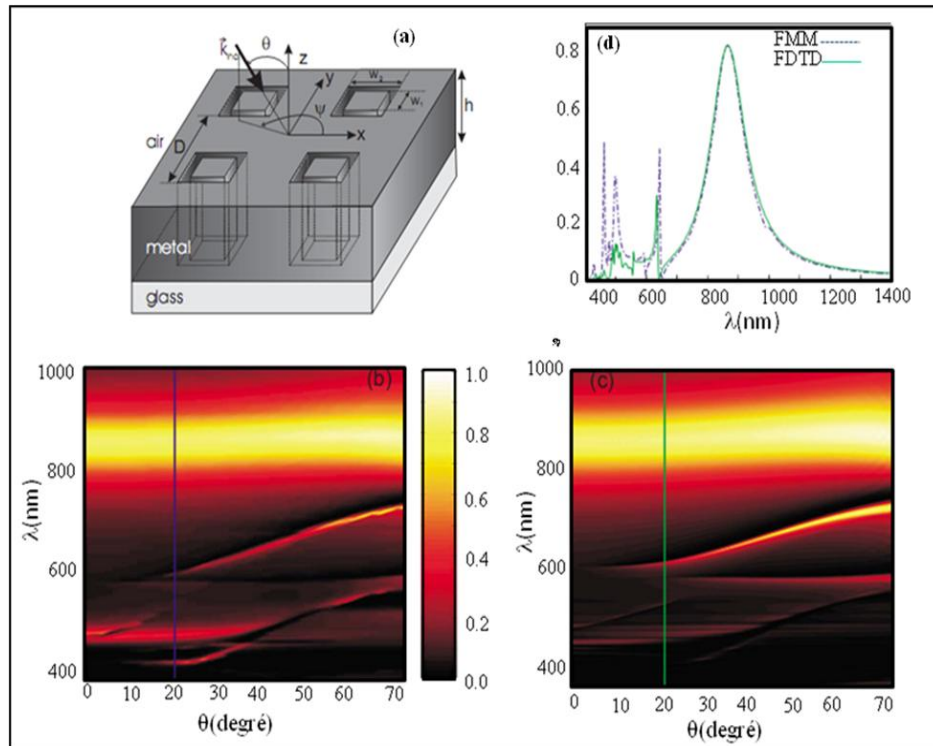


Figure-3.11: a) Structure 3D, d) Transmission en fonction de la longueur d'onde pour  $\theta = 20^\circ$  et  $\varphi = 0^\circ$ , b) et c) Spectre de transmission en fonction des angles d'incidences obtenus respectivement par les deux méthodes FMM et SFM

### 3.3.1 Etude de la transmission exaltée dans les structures AAA 3D: Excitation du mode TEM

Dans cette partie, nous présenterons certaines configurations permettant l'excitation du mode TEM de la structure AAA. La première structure est celle déjà étudiée dans [93]. Elle consiste en un métal de 240 nm d'épaisseur présentant des ouvertures annulaires de rayon interne  $R_i = 50$  nm et de rayon externe  $R_e = 100$  nm et éclairée en incidence oblique du côté du vide (voir figure-3.12).

La figure-3.13a présente les spectres de transmission de la structure AAA en argent pour des angles d'incidence  $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$  et pour les deux polarisations TE et TM. Sur la même figure, il est également montré le spectre de transmission de la structure en or éclairée par une onde polarisée TM et sous un angle d'incidence  $\theta = 45^\circ$ . Ces calculs sont obtenus par la méthode SFM-FDTD qui prend en considération la dispersion des deux métaux (Drude

pour l'argent et Drude Lorentz pour l'or). On constate que pour  $\theta = 45^\circ$  et uniquement pour la polarisation TM l'apparition d'un mode TEM aussi bien pour l'argent que pour l'or. Toutefois, on note que ce mode est d'une faible intensité, en plus il est décalé du côté des longueurs d'ondes les plus grandes dans le cas de l'or. Cela, est dû à la forte dispersion du métal (Or). Afin de confirmer si c'est bien le mode TEM qui est excité, nous avons tracé dans les figures-3(13b, 13c, 13d) la cartographie de chaque composante du champ électrique à savoir  $E_\rho$ ,  $E_z$  et  $E_\theta$ . et ce dans le cas de l'argent. L'analyse de ces figures montrent que  $E_\rho$  est très intense comparativement à  $E_z$  et  $E_\theta$ . De plus, à partir de la forme analytique des champs électriques calculés précédemment, nous confirmons que c'est bien le mode TEM qui est excité.

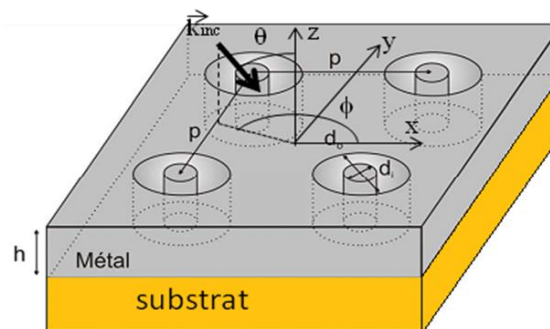


Figure-3.12: Structure utilisée pour l'excitation du mode TEM en incidence oblique

Nous venons de voir que l'excitation du mode TEM a nécessité une onde incidente en oblique et polarisée TM. Dans ce qui suit nous nous intéresserons à d'autres configurations permettant d'optimiser la transmission de ce mode ainsi que son excitation en incidence normale.

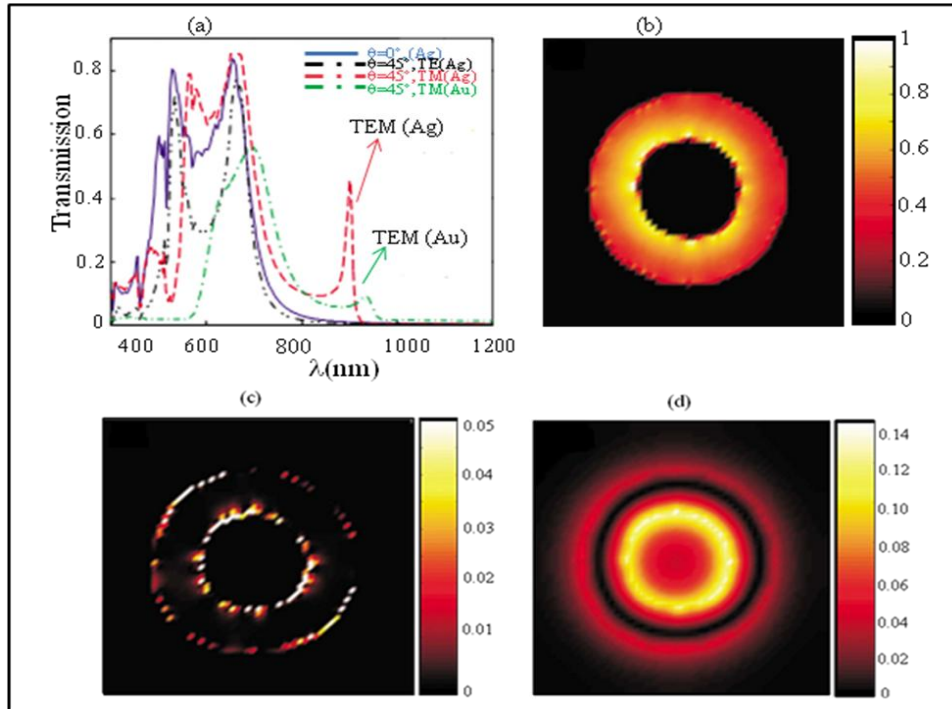


Figure-3.13: La transmission obtenue pour l'argent et l'or pour différents angles d'incidences en polarisation TE et TM. b) carte du champ  $E_\rho$ , c) carte du champ  $E_\theta$ , d) carte du champ  $E_z$

### 3.3.2 Excitation du mode TEM dans des structures AAA en incidence normale

La première configuration est celle proposée par Greffet [114] dans le domaine des ondes millimétriques. L'idée consiste à utiliser une structure coaxiale à ouvertures annulaires inclinées par rapport à l'axe  $z$ . Cette structure en métal parfait a une période de quelques millimètres. L'auteur a montré la possibilité d'exciter le mode TEM en incidence normale dans la gamme de longueurs d'ondes de l'ordre des millimètres. Pour étendre cette étude au domaine de l'optique où la dispersion est non négligeable, nous avons repris la structure coaxiale avec les paramètres géométriques suivants: Un réseau carré de période  $a = 350$  nm, constitué d'une couche métallique d'argent d'épaisseur  $H = 430$  nm. Des ouvertures annulaires de rayon extérieur  $R_e = 130$  nm et de rayon intérieur  $R_i = 65$  nm sont gravées dans le métal. Les ouvertures sont inclinées d'un angle  $25^\circ$  par rapport à l'axe vertical ( $oz$ ). Cette structure est alors éclairée par une incidence normale (figure-3.14a). Pour modéliser cette structure, nous avons utilisé la méthode SFM-FDTD qui tient compte de la dispersion de l'argent. Le calcul est effectué pour des longueurs d'ondes allant de 500nm à 2000nm. Les résultats

obtenus sont illustrés dans la figure-3.14b. On observe l'apparition d'un mode TEM à la longueur d'onde 1550 nm. A cause des pertes importantes dans le métal (Argent), ce mode est d'une faible intensité (15% environ) comme le montre toujours la même figure. Une étude parallèle a été effectuée sur la structure AAA conventionnelle (coaxes non inclinés) avec les mêmes valeurs de  $R_e$  et  $R_i$  éclairée par une incidence oblique de  $45^\circ$  (voir la figure-3.15a). Afin d'avoir le pic TEM à la même longueur d'onde ( $\lambda = 1550$  nm), nous avons joué sur l'épaisseur du métal. Le pic recherché apparaît donc pour une épaisseur  $H = 495$  nm. La figure-3.15b montre l'excitation de ce mode TEM à cette même longueur d'onde. Nous remarquons, que l'amplitude de ce pic reste faible (35%) à cause des pertes dans le métal. L'analyse de ces deux résultats montre que la structure proposée par [114] n'apporte pas d'amélioration de la transmission par rapport à la structure AAA conventionnelle éclairée en incidence oblique.

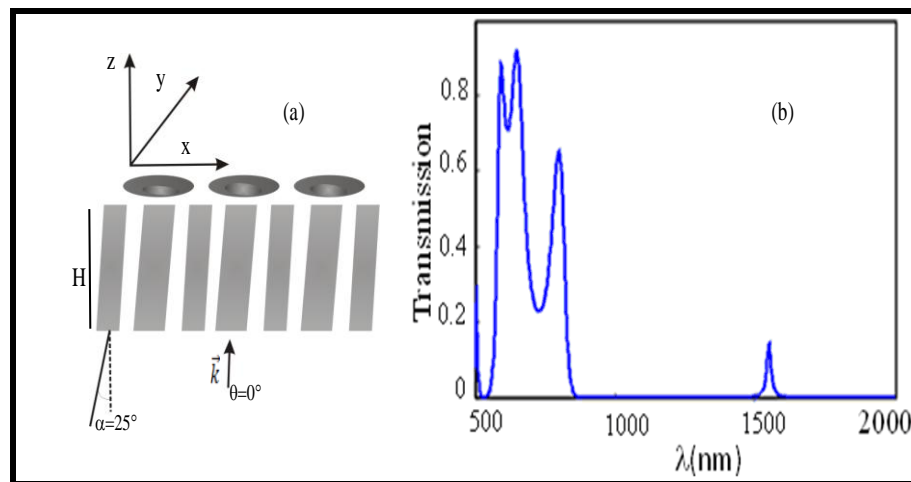


Figure-3.14:a) Structure AAA ( $a=350$ nm,  $H= 430$  nm,  $R_e = 130$  nm et  $R_i = 65$  nm) éclairée en incidence normale. Les ouvertures sont inclinées par rapport à l'axe vertical de  $25^\circ$ , b) Spectre de transmission à l'ordre zéro associé à cette configuration.

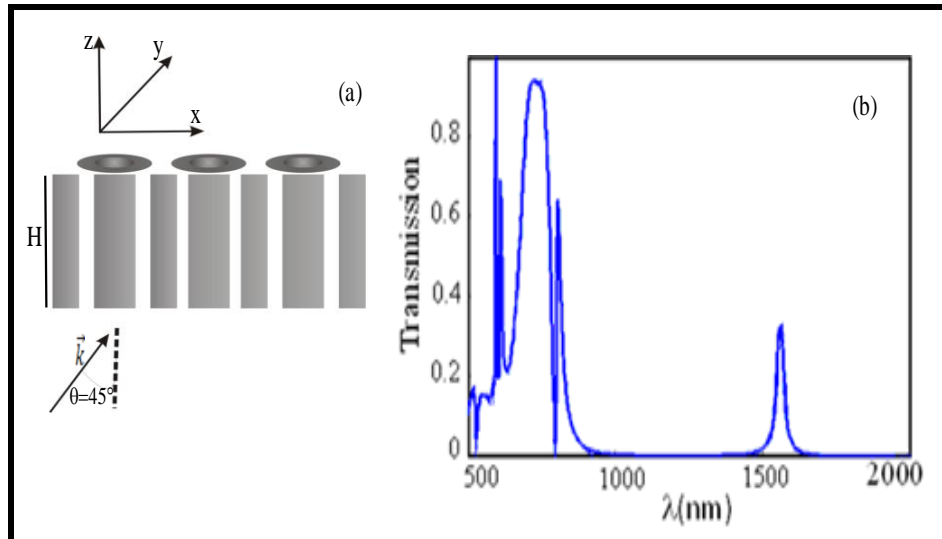


Figure-3.15: a) Structure AAA habituelle ( $a=350\text{nm}$ ,  $H = 495\text{ nm}$ ,  $R_e = 130\text{ nm}$  et  $R_i = 65\text{ nm}$ ) éclairée sous  $45^\circ$  b) Spectre de transmission à l'ordre zéro

La deuxième configuration que nous avons modélisée est celle étudiée par Kampa [115] dans le domaine de la radiofréquence permettant d'augmenter l'adaptation d'impédance entre une antenne coaxiale et le vide (voir figure-3.16), il s'agit d'étirer la partie centrale du nanocoaxe vers l'extérieur. Les paramètres géométriques de la structure que nous avons considérée sont les suivants: Une couche en métal d'argent avec des ouvertures annulaires de mêmes rayons intérieur et extérieur que la précédente. L'épaisseur du métal recherchée pour un pic TEM à la longueur d'onde  $1550\text{nm}$  correspond à  $H=420\text{nm}$ . La partie centrale des coaxes dépasse des deux cotés la couche métallique d'une hauteur  $h=80\text{nm}$ . La structure est alors éclairée en incidence oblique avec un angle de  $45^\circ$  comme le montre la figure-3.17a. Des simulations que nous avons effectuées sur la gamme de longueurs d'ondes allant de  $500\text{nm}$  à  $2000\text{nm}$  montrent l'existence d'un pic TEM à  $1550\text{nm}$  d'une forte intensité (environ 80%) (figure-3.17b). Bien que, dans la structure proposée par Kampa les pertes sont minimisées, en plus c'est une structure qui est facile à réaliser aussi bien dans le domaine des radiofréquences que dans le visible et présente une bonne transmittance. Néanmoins, comme dans le cas de la structure AAA habituelle le mode TEM n'est pas excité ni en incidence normale ni en polarisation TE.

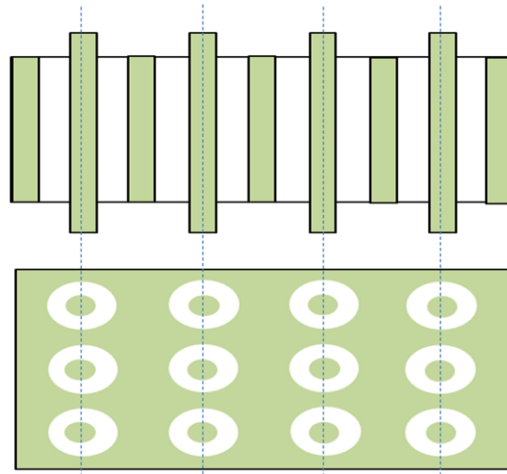


Figure-3.16: Structure proposée par Kampa [115] dans le domaine de la radiofréquence

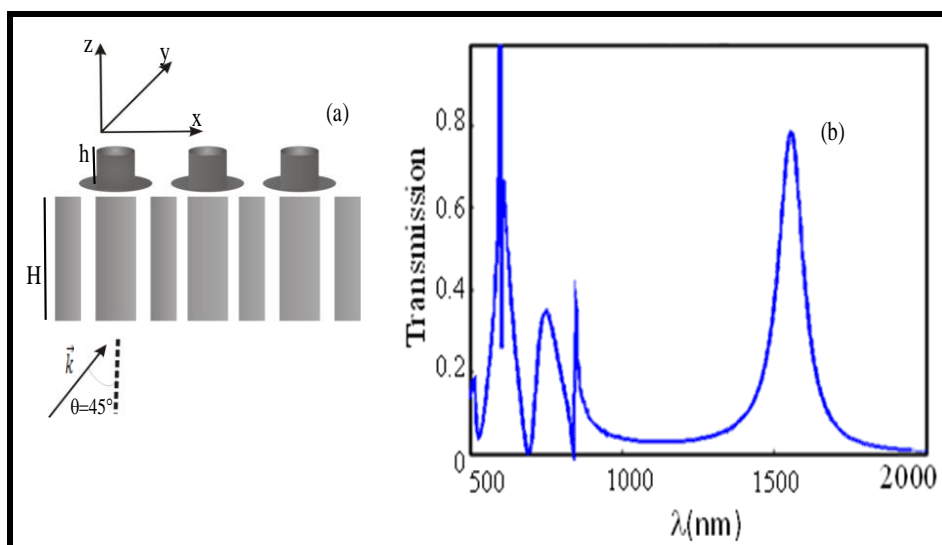


Figure-3.17: a) Structure métallique AAA d'épaisseur  $H=420\text{nm}$  avec la partie centrale qui dépasse le métal de  $80\text{nm}$ , b). Spectre de transmission à l'ordre zéro

Pour voir si la structure de Kampa peut s'étendre au domaine de l'optique, nous avons incliné les coaxes de leur axe vertical. Cette dernière configuration qui regroupe à la fois la configuration de Greffet et celle de Kampa est obtenue par inclinaison de l'axe des nanocoaxes par rapport à l'axe vertical de  $25^\circ$  (figure-3.18a). La hauteur des coaxes dépasse des deux cotés les ouvertures de  $h=80\text{nm}$ . Cette structure métallique de même rayon intérieur et extérieur que la précédente et d'épaisseur  $H=320\text{nm}$  est alors éclairée en incidence normale. Le spectre de transmission enregistré entre les longueurs d'ondes  $500\text{nm}$  et  $2000\text{nm}$  est montré dans la figure-3.18b. On voit apparaître à la longueur d'onde  $1550\text{nm}$  un pic



d'amplitude de 50%. Ce pic est dû à l'excitation du mode TEM. Ce résultat est original puisqu'il offre une nouvelle configuration pour l'excitation du mode TEM et l'exaltation de la transmission en incidence normale recherchée dans les applications photovoltaïque et de nano-optique [116].

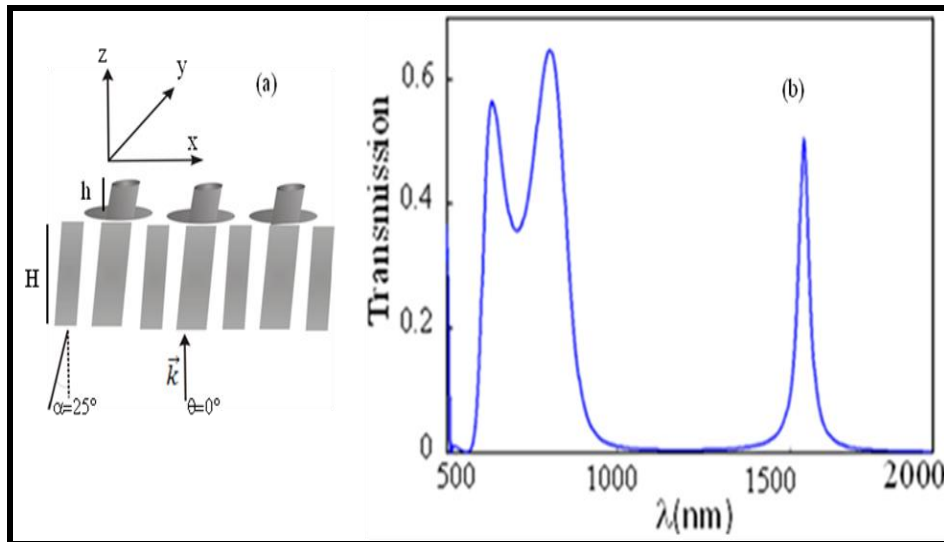


Figure-3.18: a) Structure hybride d'épaisseur  $H=320\text{nm}$  et le dépassement des coaxes par rapport au métal est pris égale  $80\text{nm}$ , b) Transmission à l'ordre zéro de cette configuration.

### 3.4 Conclusion:

Dans ce chapitre nous avons appliqué notre code de calcul basé sur la méthode SFM-FDTD pour l'étude de la transmission exaltée à travers des structures métalliques à ouvertures annulaires. Afin de situer le sujet, nous avons choisi de décrire dans un premier temps la structure des modes dans un guide d'onde coaxial en métal parfait suivi d'une synthèse sur l'origine de la transmission exaltée à travers des structures à ouvertures coaxiales sub-longueurs d'ondes. Dans le cadre de cette thèse, l'étude de la structure AAA métallique éclairée en incidence oblique et polarisée TM a montré une transmission extraordinaire à travers les ouvertures due à l'excitation du mode TEM. Cette transmission est également établie en incidence normale et montrée pour des configurations spécifiques. Cette étude est intéressante puisqu'elle permet par la simulation d'optimiser de telles structures pour des applications en incidence normale ou oblique indiquées dans le domaine de la nano-optique et de la photovoltaïque.

# **Chapitre 4**

**Modélisation des structures  
magnéto-optiques**

## 4.1. Etude des matériaux magnétiques dans des structures photoniques

### 4.1.1. Introduction

Ces dernières années, plusieurs études ont montré que l'intégration de matériaux magnétiques dans un cristal photonique permettait la conception de dispositifs nano-photoniques qui ont pour objet l'exaltation des phénomènes magnéto-optiques (MO) afin de concevoir des systèmes nanométriques intégrés avec les mêmes caractéristiques que les dispositifs intégrés classiques micro voire millimétriques. Dans le domaine de l'infrarouge Inoue *et al.*[117-120] ont observé des augmentations de la rotation Faraday magnéto-optique dans un cristal photonique 1D (CP1D) qui consiste en un empilement de couches de BI-YIG ou de cobalt et de couches non-magnétiques. L'effet Kerr dans des structures de même type a été également étudié par Abdulhalim [121, 122]. Depuis ces travaux, plusieurs études théoriques et expérimentales sont menées sur les structures magnéto-photoniques 1D. On peut citer les travaux de Figotin *et al.*[123-125] qui ont considéré des CP1D constitués d'un empilement de couches diélectriques anisotropes et des couches ferromagnétiques. Les auteurs ont mis en évidence l'effet de forte non-réciprocité spectrale ( $\omega(\vec{k}) \neq \omega(-\vec{k})$ ). Cet effet de non-réciprocité a donné lieu à de nombreuses applications car ce type de structure peut être transparent pour certaines ondes dans une direction donnée et complètement opaque pour les mêmes ondes dans la direction inverse. Cependant, peu de travaux existe concernant les structures 2D et 3D. Une étude théorique récente effectuée par Vanwolleghen *et al.*[53] a montré l'apparition d'un gap unidirectionnel dans un cristal photonique 2D soumis à une aimantation perpendiculaire. Cette dissymétrie de la structure de bande est obtenue grâce à la symétrie triangulaire de type trèfle des trous qui composent le cristal photonique (figure-4.1a).

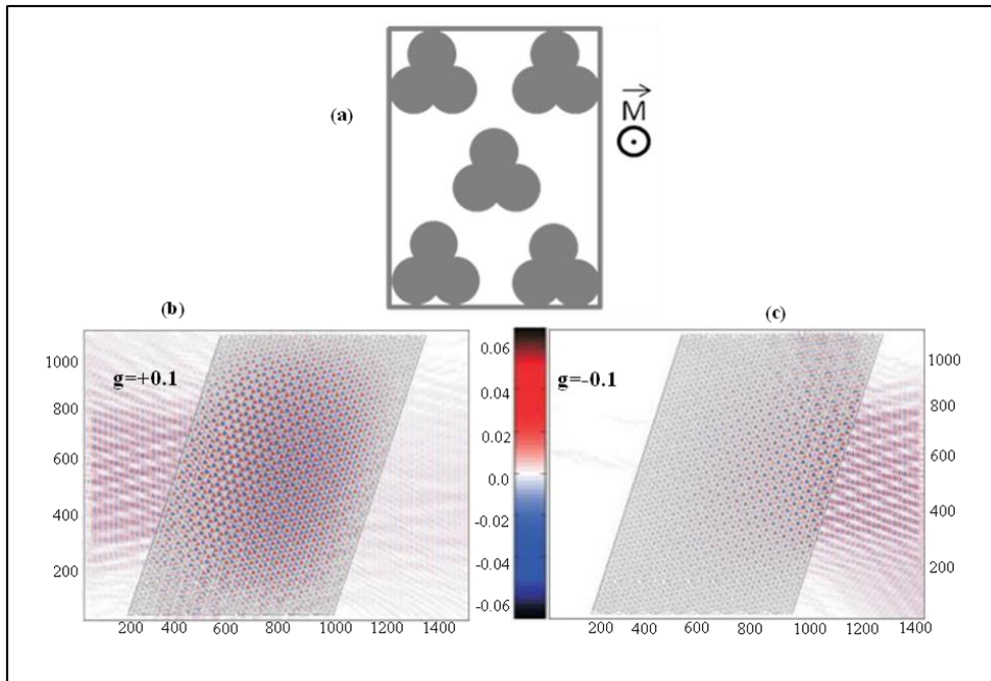


Figure-4.1: a) Structure photonique triangulaire avec un motif trèfle, b) la transmission pour une incidence du coté gauche, c) la transmission pour une incidence du coté gauche

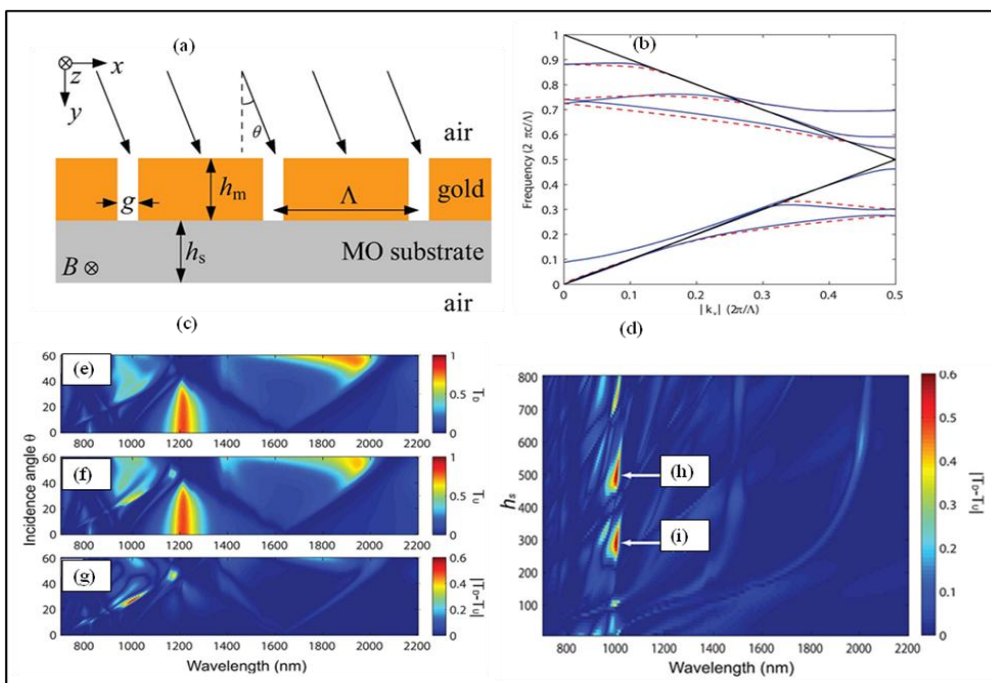


Figure-4.2:a) Structure considérée par Zhu [126], b) Diagramme de dispersion, c) spectre de transmission en fonction des longueurs d’onde, d) spectre de transmission en fonction de l’épaisseur

Les simulations numériques effectuées toujours par les mêmes auteurs ont montré une transmission non réciproque ou unidirectionnelle dans un miroir constitué d’une lame à cristal

photonique  $2D$  constituée de trous de type trèfle pour un angle d'incidence bien déterminé. Des taux d'isolation de 25dB à la longueur d'onde des télécom  $\lambda = 1,55\mu m$  sont obtenus pour la même structure contenant seulement 40 périodes (figure-4.1 (b,c)).

Toujours dans le cas des structures  $2D$  il a été démontré la possibilité d'une transmission extraordinaire non réciproque NEOT [126] (Non Reciproque Enhanced Optical Transmission). La structure considérée est constituée de fentes gravées dans un film métallique d'or. Ce dernier est déposé sur un substrat magnéto-optique de (BIG) où un champ magnétique extérieur uniforme est appliqué perpendiculairement. Les courbes de dispersion calculées pour des valeurs de  $k_x$  positives et des valeurs de  $k_x$  négatives montrent une non-réciprocité importante pour des angles d'incidence bien déterminés. Les auteurs expliquent cette non-réciprocité par le couplage entre les ondes évanescentes autrement dit à l'excitation des plasmons de surface à l'interface entre le métal et le BIG.

Le spectre de transmission  $T_D - T_U$  calculé pour une onde incidente du haut vers le bas de la structure  $T_D$  et une onde incidence dirigée du bas vers le haut  $T_U$  a été également étudié dans le même article. Les auteurs ont montré une transmission unidirectionnelle pour des angles d'incidences et des épaisseurs bien définis (figure-4.2 (b et c)).

Ce chapitre est consacré à l'étude de nouvelles propriétés que peuvent exhiber ces matériaux originaux bis et tridimensionnels. Dans ce contexte, nous choisissons la méthode FDTD afin de simuler et d'évaluer leurs propriétés MO.

#### 4.1.2. Test de la simulation $2D$ anisotrope

De fait de la modification apportée à l'algorithme FDTD  $2D$  par l'anisotropie, il nous semble inévitable de le tester afin de reproduire le comportement d'un matériau isotrope. Les tests de simulation concernent ici le calcul des modes (code N-Order FDTD) et sont appliqués à la structure  $2D$  triangulaire isotrope éclairée par une onde plane. Cette structure est constituée d'un ensemble infini de cylindres d'air infiniment longs de rayon  $r = 0.25a$  ( $a$  étant le paramètre du réseau), disposés périodiquement suivant les deux directions  $x$  et  $y$  de l'espace (figure-4.3a). Les cylindres sont plongés dans un diélectrique d'indice de réfraction  $n = 2.1421$ . Pour déterminer le diagramme de bande de cette structure, nous avons considéré la maille élémentaire et appliqué aux composantes électriques et magnétiques les conditions de périodicité de Floquet Bloch (voir figure-4.3b). Le signal injecté dans la

structure est choisi de façon à ce que toutes ses fréquences possibles soient excitées. Il

$$s'écrit : \vec{E} = \sum_{\vec{G}} \vec{v} \wedge (\vec{k} + \vec{G}) e^{i(\vec{k} + \vec{G}) \cdot \vec{r}}$$

où:

$\vec{v}$  est un vecteur aléatoire,  $\vec{k}$  et  $\vec{G}$  désignent respectivement le vecteur d'onde et le vecteur du réseau réciproque. Cette écriture garantit le fait que ce champ initial vérifie l'équation de Maxwell-Gauss.

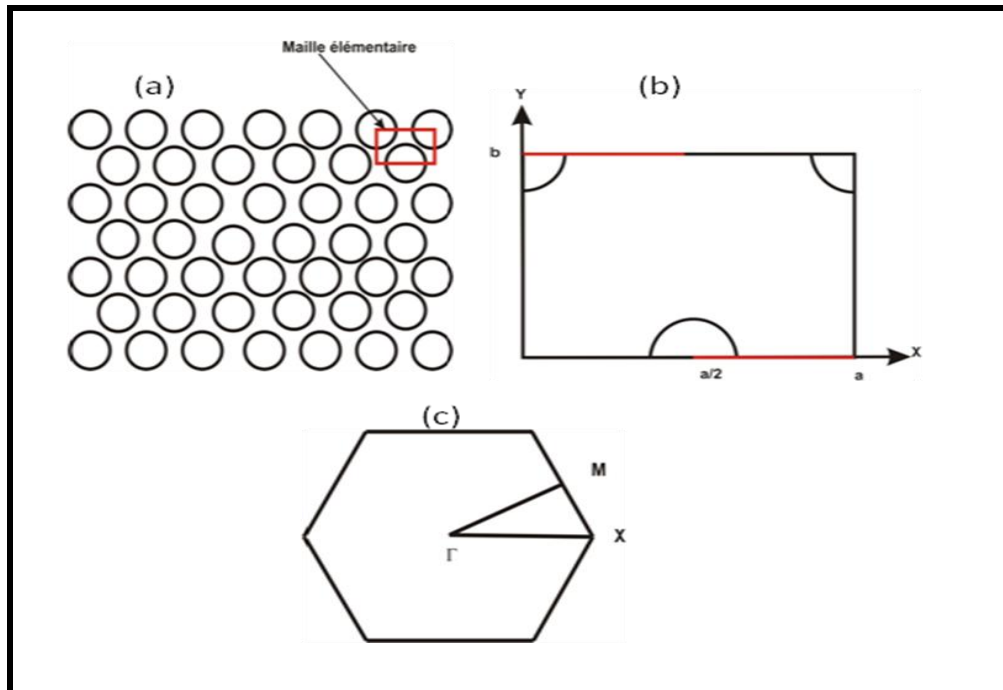


Figure-4.3: a) Structure triangulaire, b) Fenêtre de calcul FDTD, c) La première zone de Brillouin

Le diagramme de bandes ou diagramme de dispersion est alors constitué des fréquences propres de la structure déterminées pour tous les vecteurs d'ondes dont l'extrémité se situe sur le contour défini par les points de haute symétrie i.e. la première zone de Brillouin irréductible  $\Gamma XM\Gamma$  donnée par la figure-4.3 c.

Les diagrammes de bande de cette structure déterminés par un calcul FDTD anisotrope et isotrope pour une onde polarisée TM sont respectivement présentés dans les figures-4(4a, 4b). Nous avons également indiqué dans la figure-4.4c le diagramme de bande de cette même structure obtenu par la méthode PWE isotrope. A partir de la comparaison de ces résultats, nous constatons que les différents diagrammes sont parfaitement identiques, ce qui appuie la validité de notre code FDTD anisotrope.

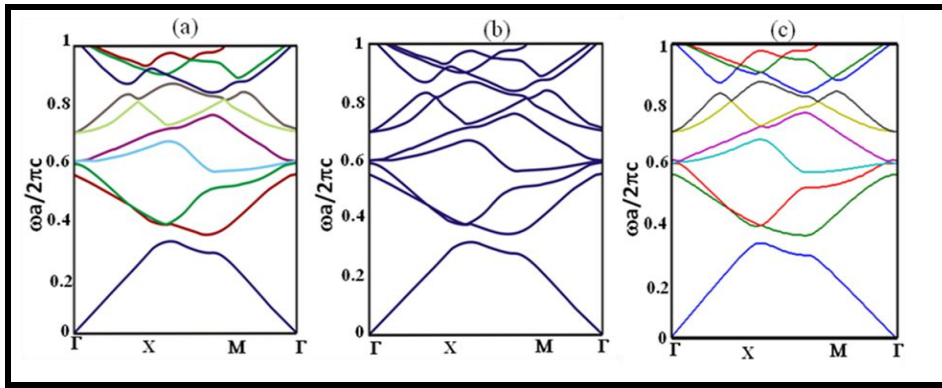


Figure-4.4: Diagrammes de bande d'une structure triangulaire isotrope: a) Calcul FDTD anisotrope, b) Calcul FDTD isotrope, c) calcul PWE isotrope

## 4.2. Etude de structures photoniques à base de matériaux magnéto-optiques

### 4.2.1. Structure anisotrope 1D (CP1D)

Cette structure éclairée par une onde électromagnétique plane est composée d'un empilement de couches de période 'a' de l'ordre de la longueur d'onde. Elle est supposée infinie suivant les deux directions  $x$  et  $z$  et le motif élémentaire est composé de trois couches d'indices différents se répétant dans la direction  $y$  (voir figure-4.5). La première est un diélectrique  $\text{SiO}_2$  de permittivité 2.1 et d'épaisseur  $0.2a$  et les deux autres sont constituées de Grenat de fer et de Bismuth (Bismuth Iron Garnet) qui présentent des propriétés magnéto-optiques et admettent une même épaisseur de  $0.4a$ . Les éléments diagonaux de leur tenseur de permittivité sont égaux à 6.25 alors que l'effet magnétique, apparait dans les termes non diagonaux dans ce tenseur et correspondent à un coefficient de giration  $g_1 = 0.6$  et  $g_2 = -0.6$  pour l'une et l'autre des deux couches. L'effet magnéto-optique est induit par un champ magnétique statique  $\vec{H}$  appliqué vers les  $z$  positifs pour l'une des couches et vers les  $z$  négatifs pour l'autre. Notons que le choix du matériau  $\text{SiO}_2$  est motivé par sa constante de Verdet qui est négligeable devant celle du BIG et par son bon contraste d'indice permettant d'avoir une bande interdite.

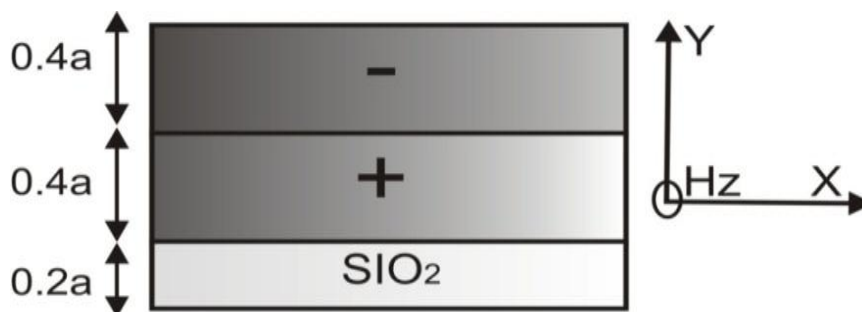


Figure-4.5: Cellule élémentaire du cristal photonique multicouche 1D [54]

L'intérêt de cette structure est de présenter un effet de non-réciprocité. Pour mettre cela en évidence, nous commençons par la présentation des diagrammes de bandes pour des valeurs de  $k_x$  égales respectivement à 0.4 et -0.4 en unité réduite et en faisant varier  $k_y$  dans la première zone de Brillouin. Ces diagrammes déterminés par la méthode FDTD sont montrés dans les figures-4(6a, 6c) tandis que ceux obtenus par la méthode modale de Fourier (FMM) sont illustrés dans les figures-4(6b, 6d). Notons au passage que ce code FMM anisotrope a été développé par B. Guizal au laboratoire d'optique P. M. Duffieux.

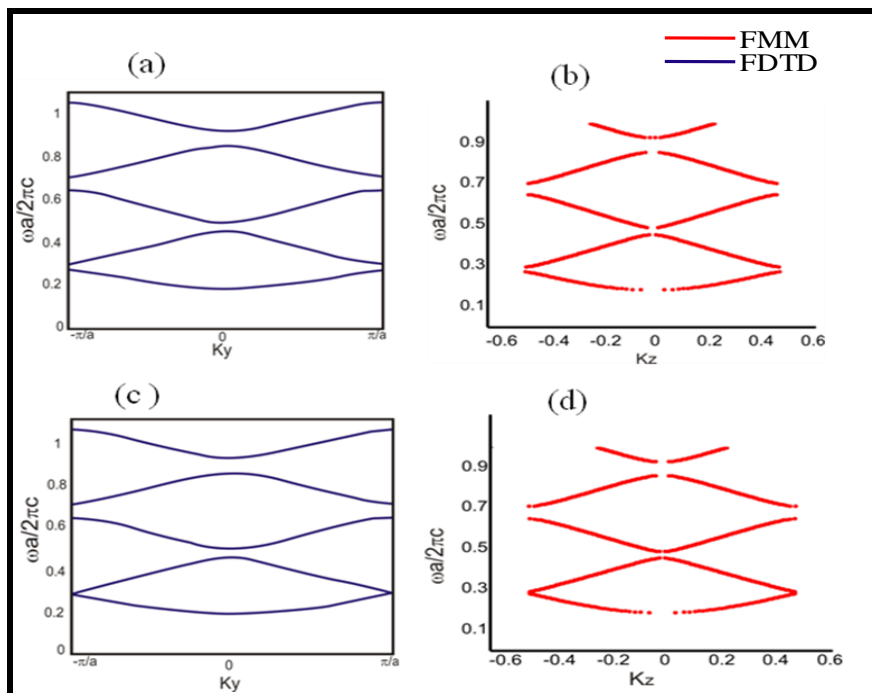


Figure-4.6: Structure de bande d'un CP1D pour une polarisation TM, a) et b)  $k_x = 0.4$ , c) et d)  $k_x = -0.4$ . a) et c) sont obtenus par FDTD tandis que b) et d) par la FMM

On observe l'existence de bandes interdites pour les deux valeurs de  $k_x$ . Cependant, pour  $k_x = -0.4$  on constate la disparition de la bande interdite la plus basse. Ceci est dû à l'effet magnéto-optique qui autorise le passage de la lumière dans un sens et la bloque dans l'autre sens. La transmission de l'onde électromagnétique est donc non réciproque et non bidirectionnelle. Encore une fois un très bon accord entre deux méthodes complètement différentes est trouvé.



La figure-4.7 illustre les courbes isofréquences ( $\omega = 0.2226 \times 2\pi c/a$ ) de cette même structure obtenues par la méthode FMM. La figure-4.7a correspond au mode TM pour  $g = 0$ . Tandis que la figure-4.7b montre les courbes isofréquences en modes TE et TM pour  $g = -0.6$ . Les courbes isofréquences obtenues sont circulaires aussi bien pour le mode TE que TM. Cependant, pour le mode TM, on note un léger décalage de l'isofréquence au bord de la bande interdite (voir figure-4.7c) qui s'explique par la présence de termes non-diagonaux dans le tenseur de la permittivité. Par contre, l'isofréquence relative au mode TE n'a subi aucune modification.

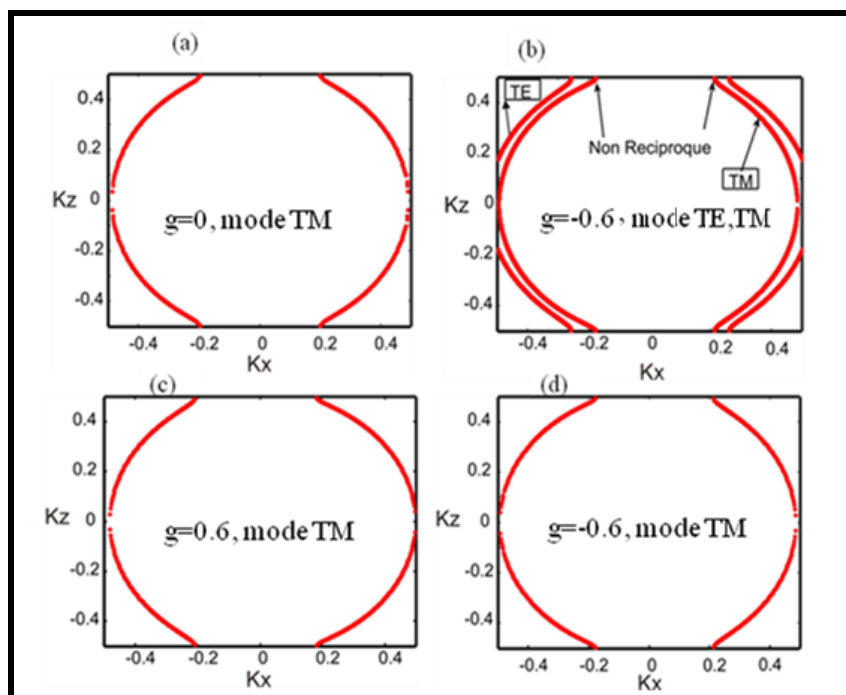


Figure-4.7: Les courbes isofréquences de la structure(CP1D) obtenues par la méthode (FMM)

a) mode TM,  $g=0$ , b) mode TE, TM,  $g = -0.6$ , c) mode TM,  $g = 0.6$  et d) mode TM,  $g = -0.6$

Pour  $g = -0.6$ , la courbe isofréquence du mode TM représentée dans la figure-4.7d montre un décalage au bord de la bande interdite comparativement à celle obtenue pour  $g = 0.6$  illustrée dans la figure-4.7 c. Notons que ces résultats corroborent ceux de la littérature [54].

Considérons maintenant une structure composée uniquement d'une couche de diélectrique  $\text{SiO}_2$  de même épaisseur que la précédente et d'une couche de BIG d'épaisseur  $0.8a$  et de facteur de giration  $g = 0.6$ . Les figures-4(8a, 8b) correspondent aux diagrammes de

bande de cette structure obtenus respectivement pour les valeurs  $k_x = 0.4$  et  $k_x = -0.4$ . L'analyse de ces courbes montre clairement l'absence de l'effet non-réciproque pour la structure symétrique considérée.

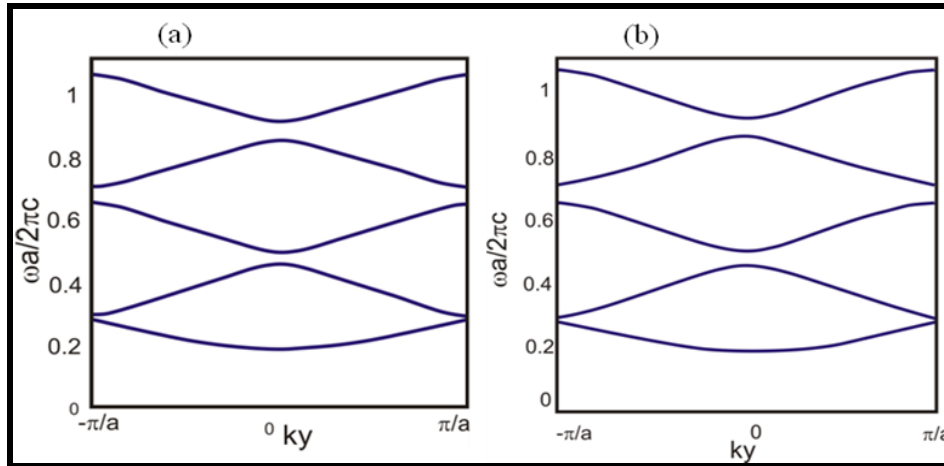


Figure-4.8: Structure de bande du CP1D formé d'une couche diélectrique de  $\text{SiO}_2$  et d'une couche de BIG d'épaisseur  $0.8a$ ,  $g=0.6$ . a)  $k_x = 0.4$ , b)  $k_x = -0.4$

#### 4.2.2. Extension d'un CP1D anisotrope à la structure 2D

##### a- Structure 2D carrée

La structure 2D a été initialement proposée par Khanikaev [128], celle-ci consiste en un empilement périodique suivant les deux directions de l'espace d'un multicouche 1D sous forme d'un échiquier (figure-4.9b). Il a été démontré que cette structure n'est pas symétrique suivant les directions de hautes symétries  $\Gamma X M \Gamma$  et  $\Gamma X' M' \Gamma$ . Le réseau 2D de période  $a$  est obtenu par empilement de trois carrés de dimension  $a/3$  suivant les deux directions de l'espace et d'indices différents, deux milieux diélectriques, le premier milieu contient de l'air de permittivité  $\epsilon_1 = 1$ , et le deuxième est un diélectrique de silicium de permittivité diélectrique  $\epsilon_2 = 12$ . Quant au troisième milieu, il s'agit d'un BIG dont les éléments du tenseur de permittivité diélectrique sont:  $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = 6.25$  et  $\epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} = 0.06i$ . Le cas considéré est celui d'une polarisation TM où le champ électrique est dans le plan de l'objet et le champ magnétique  $\vec{H}$  est suivant  $z$ . Le signal injecté est une onde plane qui balaie toutes les fréquences possibles de la structure. Pour respecter le critère de stabilité du schéma de Yee, les pas temporels et spatiaux ont été choisis tels que  $dt = 0.037ns$  et  $dx = dy = 0.016nm$ . Afin de décrire la structure de bande complète, nous avons limité nos calculs à la première zone de

Brillouin représentée par les points de hautes symétries  $\Gamma X M \Gamma$  et  $\Gamma X' M' \Gamma$  (voir figure-4.9c).

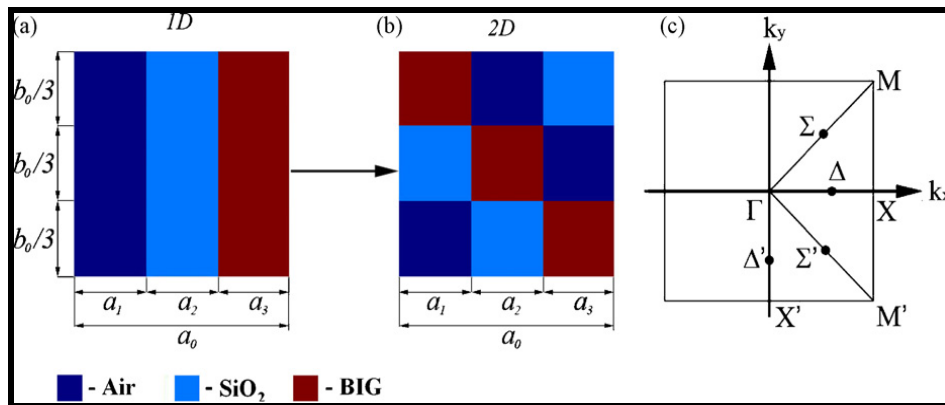


Figure-4.9: a) CP1D, b) Structure 2D, c) Première zone de Brillouin et direction de haute symétrie

### Cas isotrope

Avant de calculer le diagramme de bande de la structure magnéto-optique 2D décrite précédemment, nous avons d'abord considéré la structure 2D isotrope ( $g=0$ ). La figure-4.10a montre alors la courbe de dispersion de cette structure suivant la direction  $X' \Gamma X$  pour une polarisation TM. On observe que cette dernière ne présente aucune bande interdite. Ce résultat est confirmé par les calculs obtenus par la méthode FMM et présenté dans la figure-4.10b.

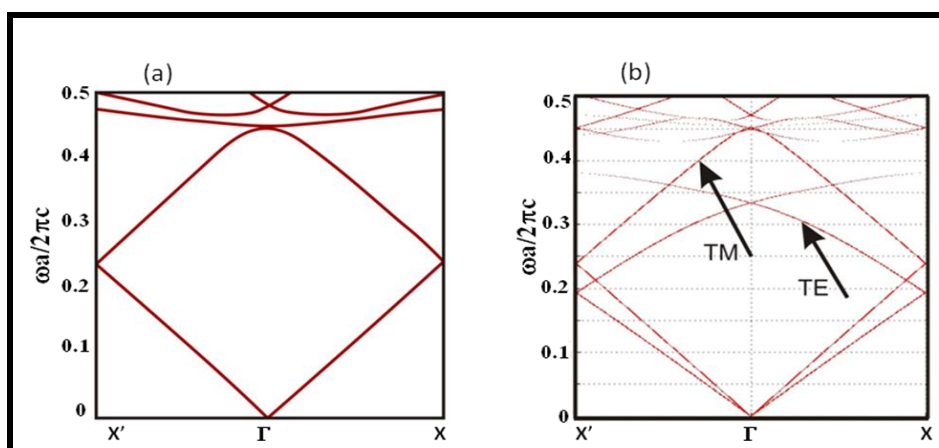


Figure-4.10: Diagrammes de bande de la structure 2D carrée isotrope  $g=0$ ., a) Calcul FDTD pour une onde polarisée TM, b) Calcul FMM

### Cas anisotrope

Les figures-4(11a et 11c) représentent respectivement les diagrammes de bandes de cette structure 2D suivant les directions de hautes symétries  $\Gamma XM\Gamma$  et  $\Gamma X'M'\Gamma$  pour une valeur de  $g=0.06$ . On remarque que les diagrammes pour ces deux directions ne sont pas identiques car le motif est asymétrique comme mentionné précédemment. De plus, il est à noter que la réponse magnéto-optique est trop faible pour modifier sensiblement la topologie de la structure de bande de base. Enfin, les allures de nos courbes de dispersion sont identiques à celles établies par Khanikaev [128] mais nos fréquences normalisées ( $\omega a/2\pi c$ ) sont dix fois inférieures (voir figures-4(11b et 11d)); il doit s'agir d'une erreur de frappe dans l'article de Khanikaev.

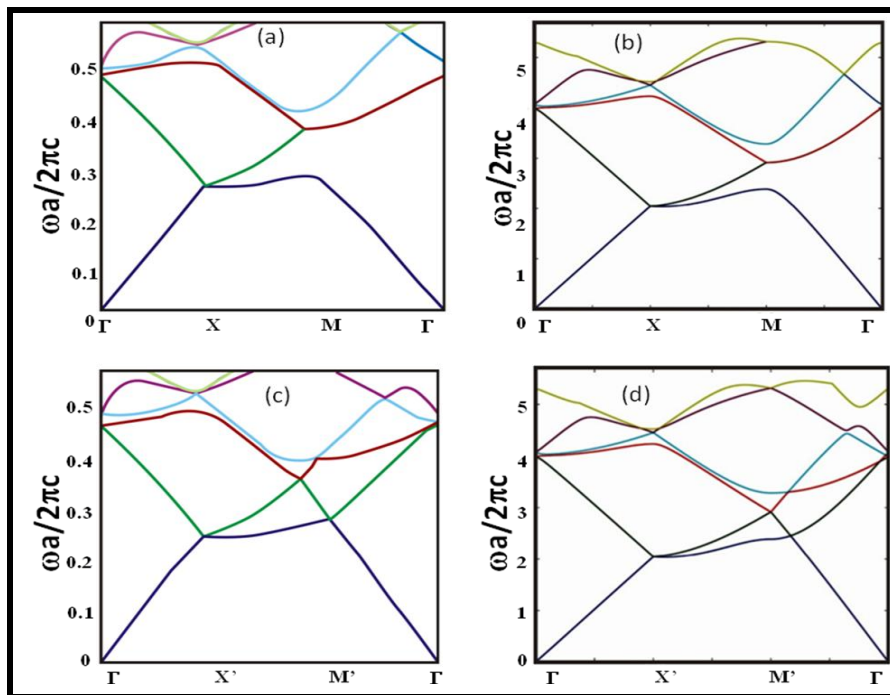


Figure-4.11: Structure de bandes du réseau 2D pour  $g=0.06$ . a) Calcul FDTD, b) Résultats de Khanikaev suivant  $\Gamma XM\Gamma$ . c) Calcul FDTD, d) Résultats de Khanikaev suivant  $\Gamma X'M'\Gamma$

La valeur de  $g = 0.06$  ne permet pas de voir l'effet non réciproque sur la structure de bande. Pour cela, nous avons considéré la même structure avec une valeur de  $g = 0.6$ . Sur la figure-4.12a nous avons représenté le diagramme de bande établie par la méthode FMM suivant la direction  $X'\Gamma X$  pour  $g = 0.6$  et  $g = 0.0$ . On constate que pour le mode TE les courbes de dispersion ne sont pas modifiées par la présence des termes non-diagonaux. Par contre, pour la polarisation TM une légère modification sur la structure de bande apparaît. La figure-4.12b

illustre un zoom de la région des fréquences réduites [0.4-0.5] pour des valeurs de  $g$  prises respectivement égales à 0 (courbe bleu), 0.6 (courbe rouge) et -0.6 (courbe verte). Ce calcul FMM nous a permis de voir clairement que l'effet induit par le champ magnétique est très significatif.

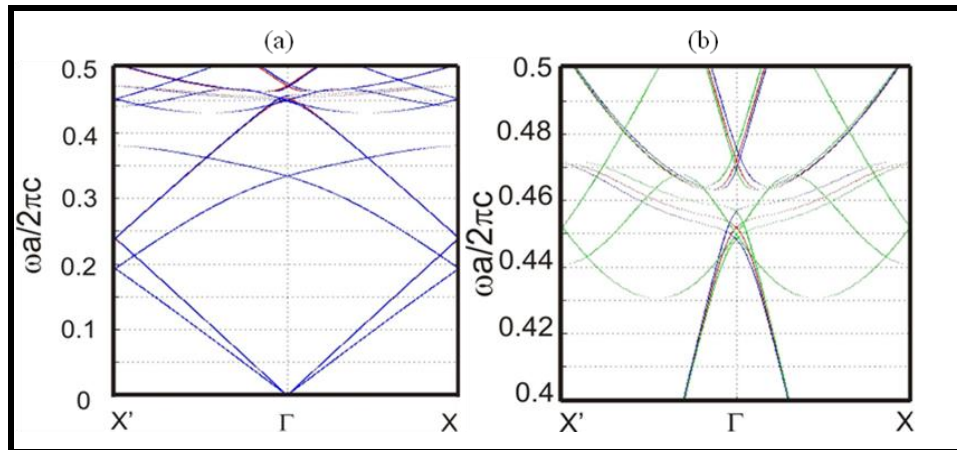


Figure-4.12: a) Diagramme de bande suivant la direction  $X'\Gamma X$  obtenu par la méthode FMM pour  $g=0.6$  pour les modes TE et TM. b) un zoom entre les fréquences réduites [0.4-0.5] obtenu par la méthode FMM: bleu  $g=0.$ , rouge= $0.6$  et le vert correspond à  $g=-0.6$

### b- Structure 2D triangulaire

Les structures 2D triangulaires ont fait l'objet de nombreuses études [129-130] à cause de la large bande interdite qu'elles présentent et leur simplicité de fabrication. La structure qui nous intéresse ici correspond à un cristal photonique triangulaire à base de grenat (BIG) de permittivité diélectrique  $\epsilon=6.25$  contenant des cylindres d'air de rayon  $r=0.35a$  infiniment long et disposés périodiquement suivant les deux directions de l'espace. Nous avons choisi cette structure car elle présente des propriétés optiques très intéressantes en plus d'être très adaptée à la fabrication des circulateurs magnéto-optiques comme on le verra par la suite. Dans un premier temps, nous avons considéré la structure isotrope. La figure-4.13a montre son diagramme de bande déterminé par un calcul FDTD pour une polarisation TM. On note une bande interdite dans la région des fréquences réduites [0.3-0.4]. Ce résultat corrobore celui trouvé par la méthode PWE illustré dans la figure-4.13b.

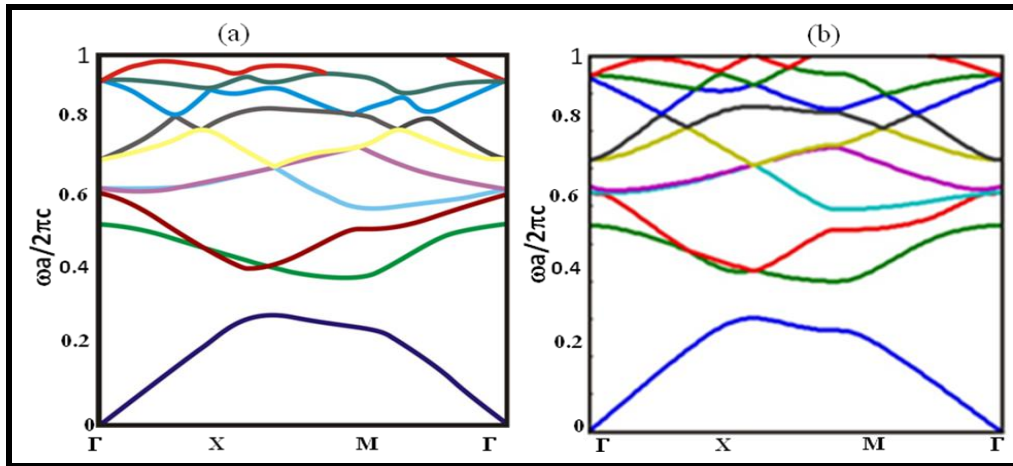


Figure-4.13: Structure de bande du réseau 2D triangulaire a) calcul FDTD, b) Calcul PWE

### 4.3. Structure 2D triangulaire contenant des défauts

L'intérêt majeur des structures 2D triangulaires réside dans l'insertion contrôlée de défauts au sein d'un cristal lors de la fabrication. Les géométries possibles sont quasi infinies et peuvent aller de la modification de la taille ou de l'indice d'un seul motif du cristal (cavités) à des défauts plus étendus comme le retrait d'une rangée entière de motifs (guides d'ondes). Ces défauts peuvent générer des états aux fréquences de la bande interdite du cristal parfait. Un contrôle de la propagation de la lumière au sein du cristal et à l'échelle de la longueur d'onde est alors envisageable via ces défauts. Ces derniers peuvent servir de cavités résonantes qui sont l'élément de base dans les composants non réciproques.

#### 4.3.1. Etude des cavités magnéto-optiques à aimantation non-uniforme

Les cavités magnéto-optiques ont été largement étudiées car elles constituent l'élément de base dans la fabrication des circulateurs MO. L'étude par la théorie de perturbation montre qu'en absence de champ magnétique extérieur une cavité contient deux modes propres dégénérés de fréquence  $\omega$ . L'application d'un champ magnétique statique parallèle à l'axe  $z$  permet la levée de la dégénérescence et induit ainsi des modes circulaires contrarotatifs de fréquences différentes  $\omega_+$  et  $\omega_-$ . Les deux modes interfèrent alors de manière constructive ou destructive aux sorties de la cavité. La variation  $\Delta\omega = \omega_+ - \omega_-$  est étroitement liée au performance du circulateur. Cette quantité est liée à la force de couplage des deux modes par la relation  $\Delta\omega = 2|V|$ .

$V$  est la force de couplage des deux modes, et est donnée comme suit [55]:

$$V = \frac{i}{2} \frac{\omega \int g(r) \hat{z} [E_e^*(r) \times E_0(r)] dr}{\int \varepsilon(r) |E_e^*(r)|^2 dr \int \varepsilon(r) |E_0^*(r)|^2 dr} \quad (4.1)$$

Les termes  $E_e$  et  $E_0$  sont les modes de la cavité de fréquence  $\omega$  en l'absence du champ magnétique.

Les éléments diagonaux  $\varepsilon$  correspondent à la permittivité du milieu isotrope. Les composantes du vecteur giratoire  $g$  sont proportionnelles en amplitude et en signe opposé à l'aimantation du milieu magnéto-optique. L'expression (4.1) montre que la force de couplage  $V$  est proportionnelle à la constante de giration  $g$  et par conséquent à l'effet magnéto-optique. La même expression montre aussi que le produit vectoriel  $E_e^*(r) \times E_0(r)$  change de signe. Par conséquent la force de couplage  $V$  peut s'annuler. Afin d'éviter l'annulation du terme  $V$  et d'avoir des taux d'isolations élevés, Wang et Fan ont proposé plusieurs façons de structurer la cavité. Dans cette partie, nous avons reproduit leurs résultats [55] où une cavité magnéto-optique à aimantation non uniforme est considérée. La cavité est schématisée par la figure-4.14a, elle est constituée d'un réseau triangulaire décrit précédemment avec une lacune d'un seul motif (un cylindre d'air manquant).

#### **a-Etude de la cavité en l'absence de champ magnétique statique**

La structure de bande de la super cellule de la figure-4.14a suivant la direction  $\Gamma\text{MK}\Gamma$  en absence d'un champ magnétique est illustrée par la figure-4.14b. Ce calcul est obtenu par un logiciel commercial Bandsolve. On observe sur cette figure l'existence d'un mode de cavité dégénéré dans la bande interdite de fréquence réduite 0.348. Nous avons calculé dans les mêmes conditions l'intensité spectrale au point  $\Gamma$  entre les fréquences réduites [0.34-0.37] à partir d'un code de calcul FDTD super cellule (voir figure-4.14 c). Là aussi, nous observons l'apparition d'un pic dégénéré au point  $\Gamma$  de fréquence réduite 0.348 qui est le mode de la cavité. Ainsi, l'analyse de ces deux résultats montre l'efficacité de notre code de calcul FDTD.

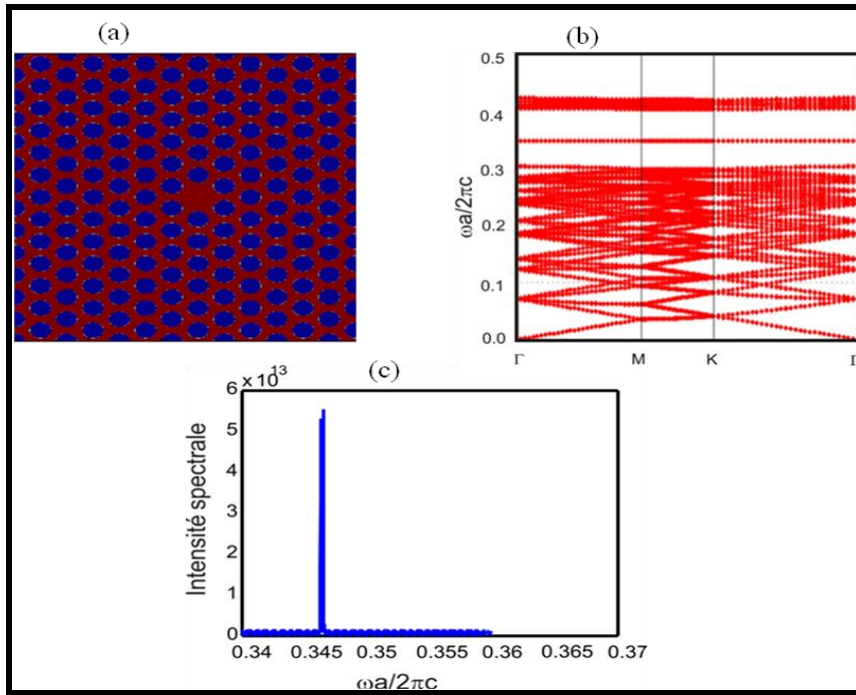


Figure-4.14: a) Cavité magnéto-optique sans champ magnétique, b) Calcul Bandsolve, c) intensité spectrale au point  $\Gamma$  calcul FDTD

### **b-Etude de la cavité en présence d'un champ magnétique statique**

La cavité est maintenant soumise à un champ magnétique statique. La nanostructuration proposée est illustrée par la figure-4.15a [55]. La zone rouge correspond au BIG dont les termes diagonaux de la permittivité diélectrique sont égaux à  $\varepsilon = 6.25$  et  $g = 0.02463$ . Le champ magnétique appliqué dans cette zone est positif suivant l'axe ( $z$ ). Dans la zone bleue, le champ magnétique appliqué est suivant l'axe des ( $z$ ) négatif avec le même facteur  $g$ . On remarque sur la figure-4.15b, l'existence de deux modes de cavités très fins de fréquences réduites respectivement  $\omega_1 = 0.346$  et  $\omega_2 = 0.347$ . L'application d'un champ magnétique extérieur a induit une levée de dégénérescence des deux modes. Lorsque nous avons inversé le sens du champ magnétique entre les deux milieux, le même constat est observé mais avec un inversement des positions des deux pics comme l'illustre la figure-4.15c.



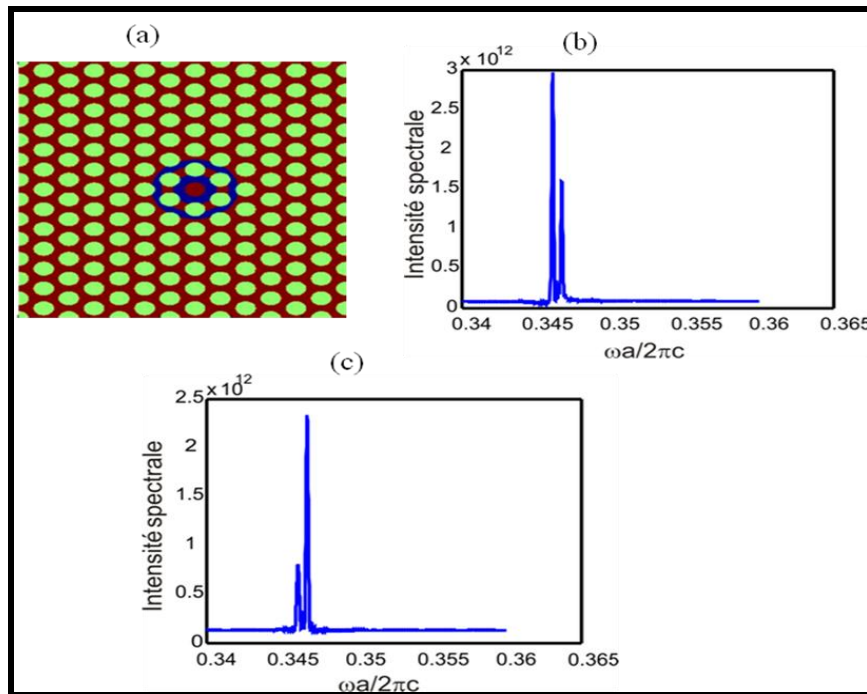


Figure-4.15: a) Cavité magnéto-optique à base d'un réseau triangulaire avec un trou bouché au milieu, la zone rouge correspond à un champ magnétique suivant  $z$  positif, dans la zone bleue le champ est suivant  $z$  négatif. b) Intensité spectrale calculée au point  $\Gamma$ . c) Intensité spectrale obtenue dans le cas de l'inversion des domaines magnétiques

#### 4.4. Etude d'un circulateur à base d'une cavité à aimantation non uniforme

La cavité précédente est insérée dans un cristal photonique triangulaire de BIG. Trois guides d'ondes formant entre eux un angle de  $120^\circ$  sont insérés dans le cristal (voir figure-4.16). Le premier guide appelé port 1 sert d'entrée, les deux autres jouent le rôle d'isolation et de réception respectivement. Le couplage entre les guides se fait par ondes évanescentes à travers le mode de la cavité. Les paramètres de la structure utilisée sont respectivement:  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = 6.25$ . Le rayon des cylindres qui forment les guides est égal à  $0.55a$ . Nous avons injecté un faisceau gaussien dans la voie d'entrée. La structure étant de taille finie, les conditions aux limites absorbantes de Berenger sont appliquées aux bords du domaine. Le premier test considéré est celui où la cavité est sans champ magnétique.

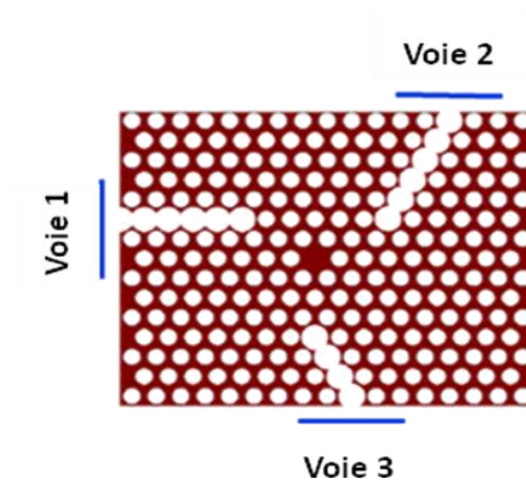


Figure-4.16: Schéma d'un circulateur magnéto-optique [55]

Sur la figure-4.17a, nous avons représenté la densité spectrale associée à cette structure entre les fréquences réduites 0.25 et 0.45. On remarque l'existence d'un mode de cavité de fréquence réduite  $\omega = 0.348$  au centre de la cavité. La figure-4.17b, montre la carte du champ magnétique  $H_z$  obtenue pour une longueur d'onde égale à  $1616nm$ . On constate que le champ magnétique est reparti d'une façon symétrique sur les deux voies de sortie. Ce résultat a été comparé et validé avec les résultats de Fan illustrés dans la figure-4.17c.

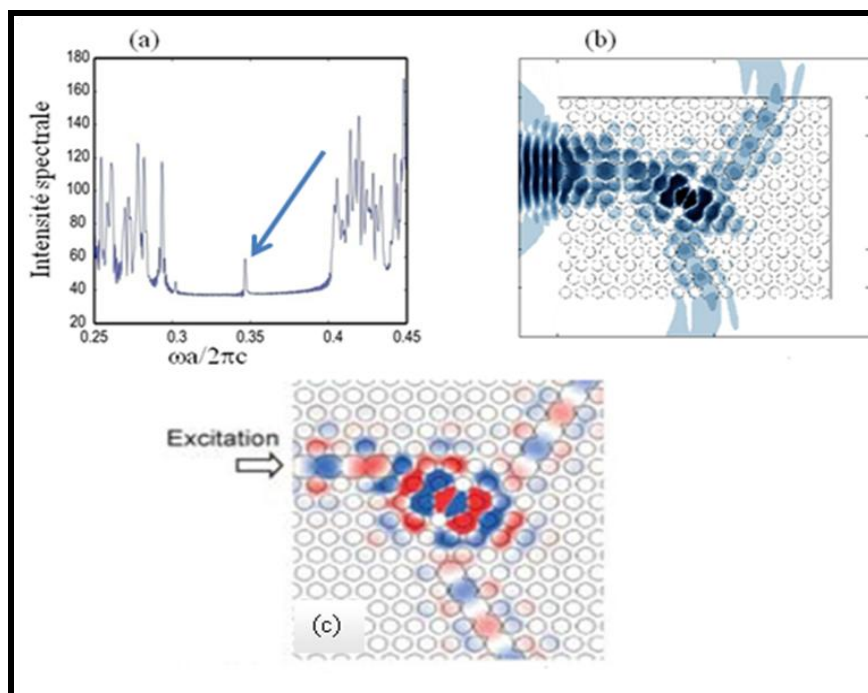


Figure-4.17: a) Densité spectrale des modes au point  $\Gamma$  sans champ magnétique, b) Carte du champ magnétique  $H_z$ , c) Calcul obtenu par Fan [55]

#### 4.4.1. Effet d'une aimantation statique perpendiculaire au plan de propagation

##### Renversement de l'aimantation

On considère la cavité précédente avec une nano-structuration indiquée dans les figures-4(18a et 18b). La zone rouge et la zone bleue correspondent à une aimantation dirigée respectivement suivant l'axe  $z$  positif et négatif. La carte du champ magnétique  $H_z$  à la longueur d'onde  $1616nm$  pour ces deux configurations est représentée dans les figure-18c et -18d. L'analyse de la figure-4.18c montre que le champ est intense dans la voie 2. Par contre il est pratiquement nul dans la voie 3. Lorsqu'on inverse le sens de l'aimantation (voir figure-4.18d), le champ magnétique est localisé dans la voie 3. Il est à noter que ces résultats corroborent ceux obtenus par Fan illustrés dans la figure-4.19.

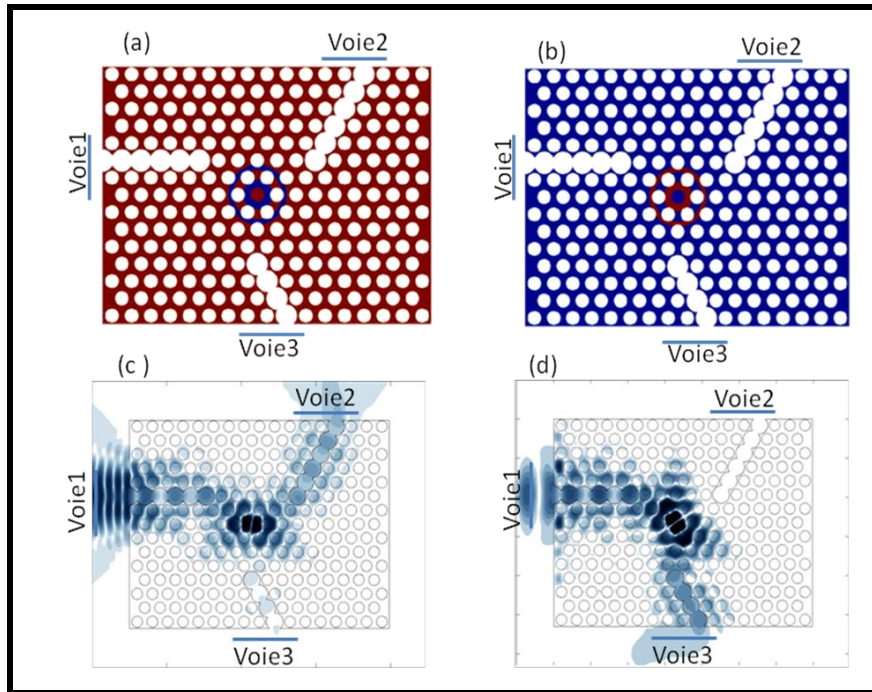


Figure-4.18: a) et b): Schémas de la nano-structuration de l'aimantation. La zone rouge correspond à une aimantation positive, la zone bleue désigne une aimantation négative. c) et d) Carte du champ magnétique  $H_z$  respectivement pour la configuration a et b

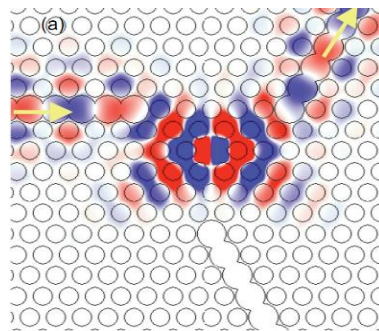


Figure-4.19: Calcul obtenu par Fan [55] dans le cas de la configuration (a)

Les figures-4(20a et 20b) montrent le flux du vecteur de Poynting calculé respectivement pour les deux nano structurations. Nous avons porté en rouge le flux du vecteur de Poynting sur la voie de sortie 2 et en vert celui correspondant à la voie 3. Pour la première configuration (voir figure-4.20a) on constate que le flux d'énergie atteint  $10\text{ dB}$  sur la voie 2 aux alentours de la fréquence réduite  $0.348$ . Par contre, sur la voie 3 ce flux est de l'ordre de  $10^{-3}\text{ dB}$  à la même fréquence. En renversant l'aimantation (voir figure-4.20b) on bascule la transmission d'une voie de sortie sur l'autre. La comparaison des figures-4(20a et 20b)

confirme bien l'efficacité de l'aiguillage magnéto-optique (rapport d'extinction  $> 100$ ). L'interprétation physique du phénomène est simple. Le faisceau incident excite le mode de la cavité; ce mode étant dégénéré, en appliquant un champ magnétique on lève cette dégénérescence. A cause des propriétés non réciproques du cristal photonique, on privilégie un sens de rotation par rapport à l'autre, ce qui donne une intensité plus forte sur une des voies. En renversant l'aimantation on bascule d'un mode sur l'autre donc on privilégie l'autre voie.

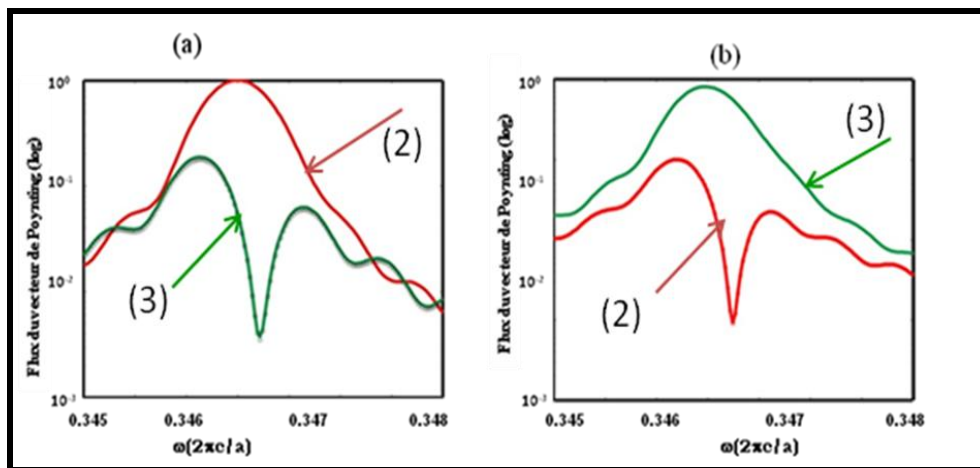


Figure-4.20: a) Flux du vecteur de Poynting correspondant à la configuration 18a, b) Flux du vecteur de Poynting correspondant à la configuration 18b

### Réalisation Physique

Les constantes optiques et magnéto-optiques du matériau sont choisies telles que:  $a=560nm$ ,  $r=196nm$  (rayon des ouvertures) et  $g=0.02463$ . Il est à signaler que les paramètres de maille du cristal sont technologiquement réalisables. Cependant, la cavité résonnante est quasiment impossible à réaliser du fait que l'inversion du domaine à une très faible échelle n'est pas réaliste ce qui rend la fabrication de ce circulateur difficile. Ainsi, une deuxième étude a porté sur une structure qui a été proposée par le groupe de L'ANR permettant d'avoir un effet d'isolation détectable tout en évitant la nano-structuration de l'aimantation. La structure a été proposée par Wojciech [80]. Elle contient une cavité à cristal photonique obtenue en modifiant localement les dimensions des motifs la constituant tout en gardant la symétrie par rapport aux trois voies du circulateur. La cavité annulaire est constituée d'anneaux concentriques de permittivité constante et possède deux modes dégénérés. L'effet de circulation est obtenu par la rotation non réciproque de deux modes propres circulaires.

#### 4.5. Etude des cavités magnéto-optiques à aimantation uniforme

A cause de la symétrie circulaire de la cavité, l'équation d'Helmholtz en coordonnées polaires  $(r, \varphi)$  pour la composante du champ magnétique  $H_z$  peut être décomposée en deux fonctions: la dépendance azimutale du champ magnétique qui est purement une fonction sinusoïdale et une dépendance radiale exprimée comme une superposition de fonction de Bessel. Les champs magnétiques correspondant aux deux modes de la cavité s'écrivent dans ce cas [80]:

$$H_e(r, \varphi) = R(r) \cos(l\varphi) \quad (4.2)$$

$$H_o(r, \varphi) = R(r) \sin(l\varphi) \quad (4.3)$$

où :

$R(r)$  est la composante radiale du champ magnétique,  $\varphi$  est l'angle azimutal et  $l$  est l'ordre d'azimut.

Ainsi, le produit vectoriel des deux modes de cavité s'écrit:

$$\left( E_e^*(r) \times E_o(r) \right)(r, \varphi) = \frac{lR(r)R'(r)}{\omega^2 r \varepsilon(r)^2} \hat{z} \quad (4.4)$$

où:

$R'$  est la dérivée de la composante radiale

En remplaçant dans l'équation (4.1), l'expression de la constante du couplage d'une cavité annulaire est [80]:

$$V = \frac{i}{2} \frac{i\omega l \int_0^{+\infty} \varepsilon^{-2}(r) g(r) R(r) R'(r) dr}{\int_0^{+\infty} \varepsilon^{-1}(r) \left\{ l^2 r^{-1} [R(r)]^2 + r [R'(r)]^2 \right\} dr} \quad (4.5)$$

A partir de cette équation, on constate que pour avoir une constante de couplage non nulle, les anneaux doivent être placés de manière à ce que le produit  $g(r)R(r)R'(r)$  soit de signe constant. L'inversion des domaines de magnétisation n'est donc pas nécessaire dans ce cas. La solution est de mettre de l'air-magnéto-optique partout où le produit change de signe. Une telle structure constitue un système de miroirs de Bragg en forme d'anneaux. La cavité annulaire doit être insérée dans un cristal photonique. Pour cela, les anneaux intérieurs doivent être conservés ou remplacés par des trous disposés sur un cercle et les anneaux

extérieurs sont remplacés par un cristal photonique tels qu'indiqués dans les figure-4(21a et 21b).

Les paramètres géométriques de la cavité sont choisis tels que:

- Le trou central est de rayon égal à  $0.92a$  entouré d'un ensemble de cylindres de rayon  $r=0.4a$  disposés en anneaux.
- Les trous constituant le cristal photonique ont un rayon de  $0.3a$ .

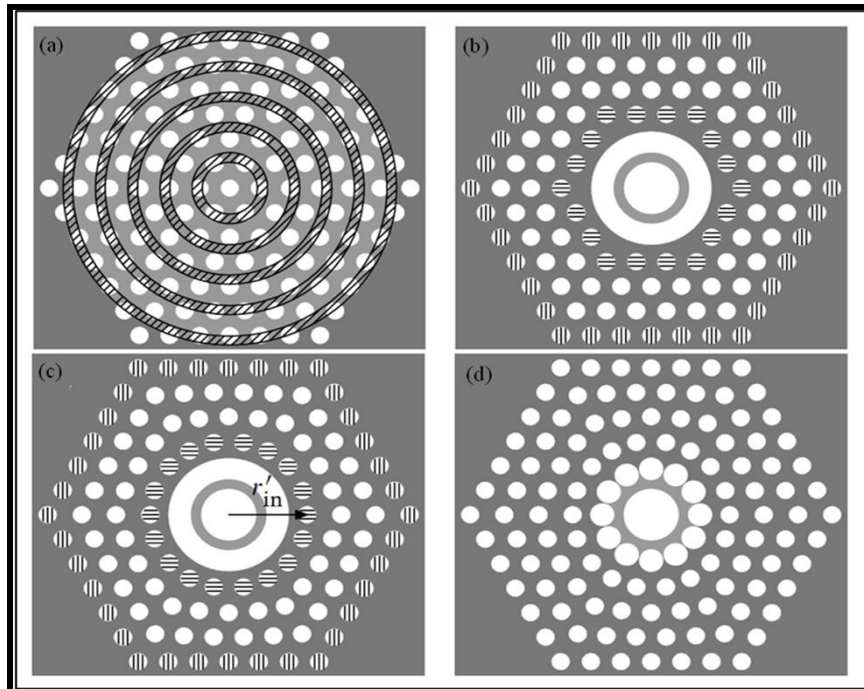


Figure -4.21: Cavités résonantes proposée par Wojciech [80].

Pour calculer les modes propres de cette cavité, nous avons appliqué le code FDTD super cellule dont la super cellule est représentée dans la figure-4.22a.

### Cavité sans champ magnétique

Dans ce cas on injecte dans la structure un signal sous forme d'onde plane. La figure-4.22b représente l'intensité spectrale au point  $\Gamma$ . Nous remarquons l'existence d'un pic très fin à la fréquence réduite  $0.3117$ , ce pic est le mode de la cavité. L'existence d'un deuxième pic comme le montre la même figure est probablement dû au problème numérique lié à la méthode FDTD. Toutefois, nos résultats restent en bon accord avec ceux de la référence [80].

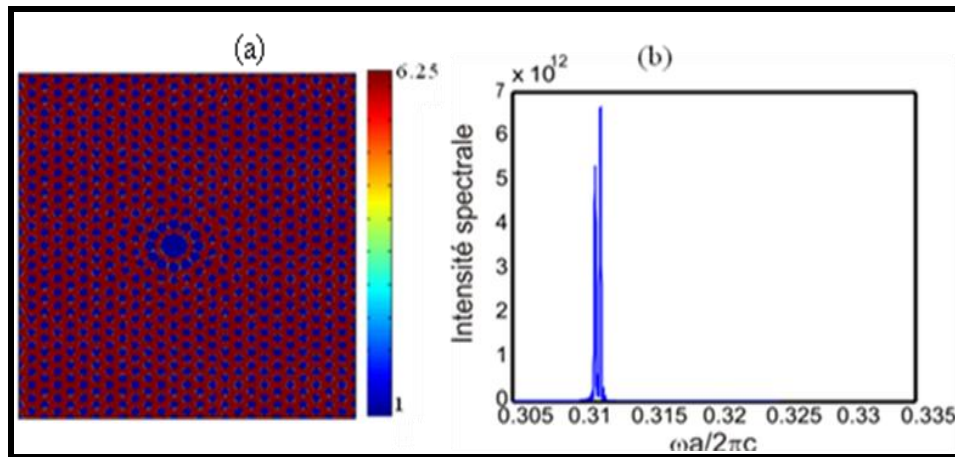


Figure-4.22: a) Cavité magnéto-optique, b) Intensité spectrale au point  $\Gamma$

#### 4.6. Etude d'un circulateur à base d'une cavité à aimantation non uniforme

La cavité de la figure-4.22a est insérée dans un cristal photonique afin de réaliser un circulateur. Ce dernier est constitué de trois guides d'ondes faisant entre eux un angle de  $120^\circ$ . Les guides sont obtenus en réduisant les rayons des cylindres à une valeur  $r = 0.15a$  comme le montre la figure-4.23a. Le couplage entre les guides se fait par ondes évanescentes. Nous avons injecté un faisceau gaussien dans la voie d'entrée. Là aussi, les conditions de Bérenger sont imposées aux bords de la fenêtre de calcul. Le premier cas considéré est celui où la cavité n'est pas soumise au champ magnétique extérieur. Dans la figure-4.23b où est représentée la carte du champ magnétique  $H_z$ , on constate que les deux modes de cavité sont couplés avec le faisceau incident qui donne ainsi un faisceau dans les deux voies de sortie, reparti de façon équivalente.



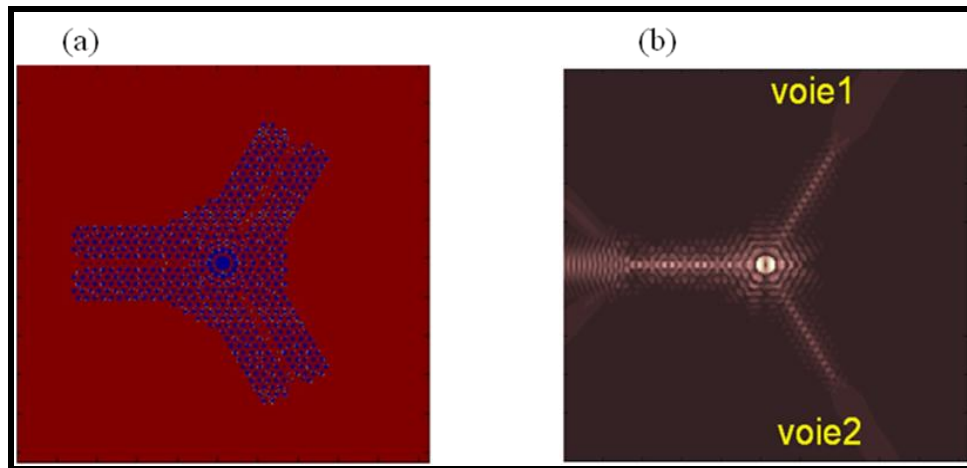


Figure-4.23: a) Circulateur magnéto-optique proposé par Wojciech [80], b) Distribution du champ magnétique  $H_z$

Quant au flux du vecteur de Poynting représenté dans la figure-4.24a, il révèle deux pics de transmission de même amplitude sur les deux voies de sortie. La figure-4.24b représente un zoom des deux pics, on observe que ces derniers sont légèrement décalés. Comme il a été déjà signalé, ce décalage est probablement lié aux erreurs numériques induites par la méthode FDTD.

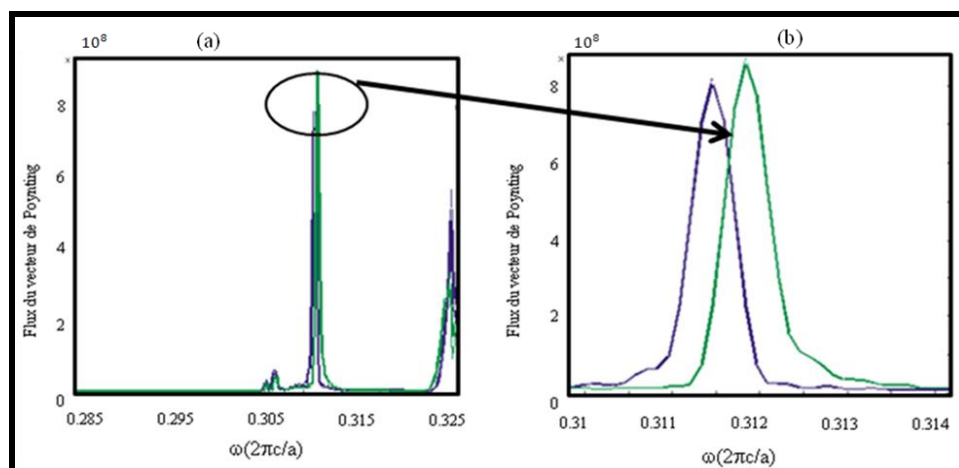


Figure-4.24: a) Flux du vecteur de Poynting pour la structure sans champ magnétique, b) Zoom au niveau des deux pics

#### 4.6.1. Effet d'une aimantation statique perpendiculaire au plan de propagation

La cavité précédente est maintenant soumise à une aimantation perpendiculaire, la valeur de  $g$  est prise égale à 0.1 (voir figure-4.25a). Nous remarquons sur la figure-4.25b une forte levée de dégénérescence des deux modes sur les deux voies de sortie. Le maximum d'énergie est guidé par la voie 2. La courbe bleue représente le flux du vecteur de Poynting sur la voie 2 et la courbe verte le flux de Poynting sur la voie 3.

Il est important de souligner que l'application de la PML de Bérenger isotrope pour les structures magnéto-photoniques présentant un saut brusque de la partie non-diagonale du tenseur de permittivité a engendré des problèmes numériques du code FDTD. Ceci a été résolu en augmentant la taille de l'objet étudié et en lui associant une variation graduelle de l'anisotropie comme l'indique la figure-4.25a.

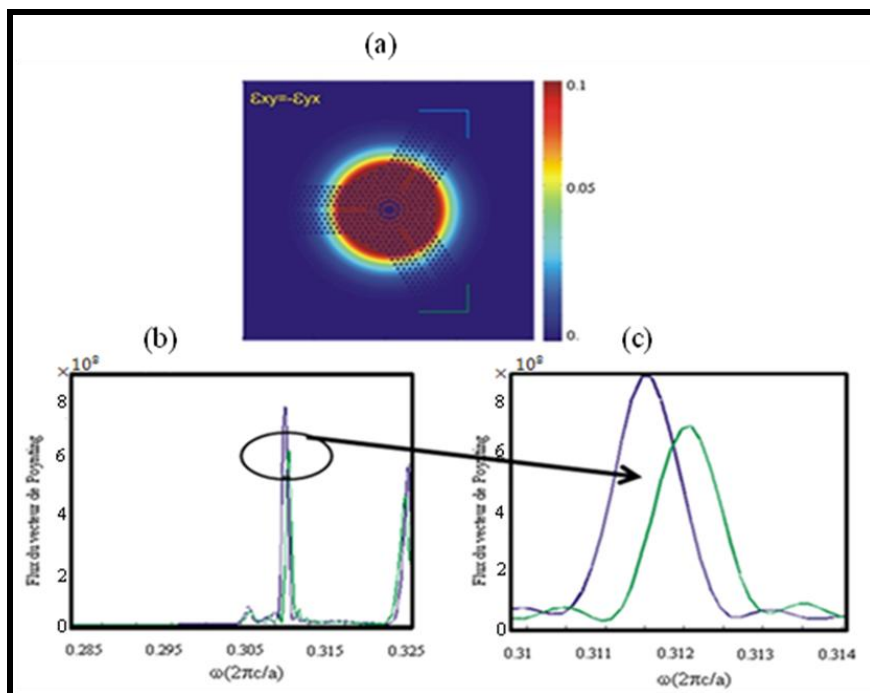


Figure-4.25: a) Schéma d'un circulateur avec une aimantation perpendiculaire au plan, b) Flux du vecteur de Poynting pour la structure sans champ magnétique, c) Zoom des deux pics

## 4.7. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les différentes étapes de validation de la méthode FDTD anisotrope que nous avons développée pour la modélisation des composants MO non réciproques. La première a consisté à tester cette dernière sur une structure isotrope. Des structures  $1D$  et  $2D$  magnéto-optiques à aimantation perpendiculaire ont été choisies pour la détermination des diagrammes de dispersion et des courbes isofréquences qui ont mis en évidence des effets de la non-réciprocité.

La deuxième étape a concerné l'étude des structures  $2D$  de réseaux carré et triangulaire infinis. Nous avons montré qu'une structure anisotrope à faible facteur de giration présente des courbes de dispersion similaires à celle obtenues pour la même structure isotrope. Nous avons également confirmé que les calculs FDTD corroborent ceux de la méthode FMM.

La troisième étape a porté sur la modélisation de circulateurs magnéto-optiques à aimantation perpendiculaire dont la géométrie est récemment rapportée dans la référence [55]. Bien que sa conception reste une tâche technologique difficile, nous avons montré que ce circulateur présente un taux d'isolation important. Enfin, nous avons considéré une autre structure développée dans le cadre du projet ANR qui a pour but l'obtention d'un effet d'isolation détectable tout en évitant la nano-structuration de l'aimantation à appliquer. La modélisation a été réalisée dans le cas d'une illumination par un faisceau gaussien. La nécessité d'un maillage plus fin a été mise en évidence. Nous comptons explorer ce point pour les futures investigations et rassembler les résultats que l'on pourrait proposer pour publication.

## Conclusion générale

La thématique générale du travail de thèse présenté dans ce mémoire est le développement de codes de calcul pour la photonique. Dans ce contexte, en collaboration avec le laboratoire d'Optique P.M. Duffieux de Besançon nous avons étudié plusieurs structures en nous intéressant à leurs propriétés qui sont la dispersion et l'anisotropie. Ces études de modélisation théorique, utilisant des méthodes de calcul basées sur les différences finies dans le domaine temporel (FDTD), ont permis de vérifier les résultats obtenus par les expérimentateurs en vue de la conception de nouveaux systèmes présentant de meilleures propriétés optiques.

Dans la première partie, nous avons décrit les fondements théoriques de la méthode FDTD. Nous avons commencé tout d'abord par rappeler la formulation des équations de Maxwell et les notions de polarisations TE et TM dans un milieu isotrope, ce qui nous a permis d'implémenter la méthode FDTD. Pour tenir compte du caractère dispersif des milieux considérés, nous avons exploités les deux modèles de Drude et Drude Lorentz. Concernant les objets métalliques éclairés en incidence oblique, un code SFM-FDTD a été utilisé. Ce dernier est appliqué pour modéliser des structures 3D à ouvertures annulaires éclairées aussi bien en incidence oblique qu'en incidence normale, polarisées TE et TM. Dans le cas d'une incidence oblique, l'étude a montré l'apparition d'une transmission exaltée dans le cas d'une polarisation TM qui est due à l'excitation du mode TEM. Cette transmission est également montrée en incidence normale pour des configurations spécifiques.

La deuxième partie de notre travail consistait tout d'abord à présenter quelques méthodes numériques pour décrire les effets magnéto-optiques. Ainsi nous avons présenté les diagrammes de bande des structures isotropes soumises au champ magnétique statique

perpendiculaire. Nous avons montré que les ondes électromagnétiques se propageant dans ce milieu se découpent en deux modes TE et TM. Contrairement au mode TE, le mode TM présente un effet non réciproque linéaire et apparaît dans les termes non diagonaux du tenseur de la permittivité. Parallèlement à cette étude, un code de calcul FDTD anisotrope a été développé et exploité. La première étape a consisté à tester ce code sur une structure 2D isotrope par annulation des termes non - diagonaux de la matrice de permittivité. Des comparaisons numériques ont été effectuées et ont montré la pertinence de notre code. Par la suite, des structures photoniques 1D et 2D à aimantation perpendiculaire ont été modélisées en déterminant leurs diagrammes de bande et leurs courbes iso-fréquences. L'ensemble des résultats obtenus ont été confirmés par des comparaisons théoriques et ont permis de mettre en évidence l'existence de l'effet non-réciproque. La deuxième étape a été consacrée à l'étude des cavités magnéto-optiques. L'étude de ces dernières a nécessité l'utilisation d'un code de calcul FDTD super cellule anisotrope. Le code est testé sur une cavité magnéto-optique à base d'un cristal photonique triangulaire. Le calcul de son diagramme de bande a montré l'existence de deux modes propres dégénérés. Ces derniers se découpent sous l'effet d'une aimantation et donnent lieu à deux modes contrarotatifs responsables de l'effet non réciproque de circulation dans le composant.

La troisième étape a porté sur la modélisation du circulateur magnéto-optique lui-même dont la géométrie est rapportée dans la référence [79]. Bien que sa conception technologique reste difficile, nous avons montré que ce circulateur présente un taux important d'isolation. Enfin, nous avons considéré une autre structure développée dans le cadre du projet ANR qui a pour but l'obtention d'un effet d'isolation détectable tout en évitant la nano-structuration de l'aimantation à appliquer. La modélisation a été réalisée dans le cas d'une illumination par un faisceau gaussien. La nécessité d'un maillage plus fin a été mise en évidence.

En perspective, nous comptons explorer d'autres structures, réunir les résultats de nos analyses et les soumettre pour publication.

## References Bibliographiques

- [1] E. Yablonovitch, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2059-2062, 1987.
- [2] S. John, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2486-2489, 1987.
- [3] R. Srivastava, K. B. Thapa, S. Pati and S. P. Ojha, *Progress in electromagnetic research B* **7**, 133-143, 2008.
- [4] F. Yang, G. Yen and B. T. Cunningham, *Opt Express.* **18**, 11846-11858, 2010.
- [5] Z. Qiang and W. Zhou, *IEEE Photonics Technology Letters.* **18**, 1940-1942, 2006.
- [6] Y. Akahane, M. Mochizuki, T. Asano, and S. Noda, *Appl. Phys. Lett.* **82**, 1341-1343, 2003.
- [7] T. Amemiya, H. Shimizu, M. Yokoyama, P. N. Hai, M. Tanaka, and Y. Nakano, *Appl. Opt. Lett.* **46**, 5784-5791, 2007.
- [8] Z. Wang and S. Fan, *IEEE.* **1**, 461- 463, 2005.
- [9] S. Y. Sung, A. Sharma, A. Block and K. Keuhn, *J. Appl. Phys.* **109**, 07B738–1-07B738–3, 2011.
- [10] T. W. Ebbesen, H. J. Lezec , H. F. Guaemi, T. Thio and P. A. Wolff, *Nature.* **391**, 667-669, 1998.
- [11] T. Thio, H. F. Guaemi, H. J. Lezec, P. A. Wolff and T. W. Ebbesen, *JOSA. B* **7**, 1743-1748, 1999.
- [12] D. E. Grupp, H. J. Lezec, K. M. Pellerin, T. W. Ebbesen, and T. Thio, *Appl. Phys. Lett.* **77**, 1569-1571, 2000.
- [13] T. J. Kim, T. Thio, T. W. Ebbesen, D. E. Grupp and H. J. Lezec, *Opt. Lett.* **24**, 256-258, 1999.
- [14] T. Thio, J. Lezec and T. W. Ebbesen, *Phys. Rev. B* **279**, 90-93, 2000.
- [15] U. Schroter and D. Heitmann, *Phys. Rev. B* **58**, 15419-15421, 1998.
- [16] H. F. Guaemi, T. Thio, D. E. Grupp, T. W. Ebbesen and H. J. Lezec, *Phys. Rev. B* **58**, 6779-6782, 1998.
- [17] J. A. Porto, F. J. Garcia-Vidal and J. Pendry, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2845-2848, 1999.
- [18] M. Sarrazin, J. P. Vigneron and J. M. Vigoureux, *Phys. Rev. B* **67**, 085415–1-085415–8, 2003.
- [19] A. Krishnan, T. Thio, T. J. Kim, H. J. Lezec, T. W. Ebbesen, P. A. Wolff, J. Pendry, L. Martin-Moreno and F. J. Garcia-Vidal, *Opt. Commun.* **200**, 1-7, 2001
- [20] T. Lopez-Rioz, D. Mendoza, F. I. Garcia-Vidal, J. Sanchez-Dehesa and B. Pannetier, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 665-668, 1998.
- [21] S. Astilean, Ph Lalanne and M. Palamaru, *Opt. Commun.* **175**, 265-273, 2000.
- [22] Ph. Lalanne, J. P. Hugonin, S. Astilean, M. Palamaru and K. D. Moller, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **2**, 48-51, 2000.
- [23] E. Popov, M. Nevière, S. Enoch and R. Reinisch, *Phys. Rev. B* **62**, 16100-16108, 2000.

- [24] L. Martin-Morero, F. J. Garcia-Vidal, H. J. Lezek, K. M. Pellerin, T. Thio, J. B. Bendry and T. W. Ebbesen, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 1114-1117, 2001.
- [25] L. Salamon, F. Grillot, A. V. Zayats and F. De Fornel, *Phys. Rev. Lett* **86**, 1110-1113, 2001.
- [26] J. M. Vigoureux, *Opt. Commun.* **198**, 257-263, 2001.
- [27] T. -K. Wu and S. -W. Lee, *IEEE. Trans. Antennas. Propagation.* **42**, 1484-1490, 1991.
- [28] C. Winnewisser, F. Lewen, J. Weinzierl and H. Helm, *Appl. Opt.* **38**, 3961-3967, 1999.
- [29] S. M. Orbons, A. Roberts, D. Jamieson M. I. Haftel, C. Schlockermann, D. Freeman and B. Luther-Davies, *Appl. Phys. Lett.* **90**, 251107-1-251107-3, 2007.
- [30] P. B. Catrysse and S. Fan, *Appl. Phys. Lett.* **94**, 231111-1-231111-3, 2009.
- [31] R. Gordon, A. G. Brolo, D. Sinton and K. L. Kavanagh, *Physics and Application. Laser and Photon. Rev* **4**, 311-335, 2010.
- [32] F. I. Baida and D. Van Labeke, *Opt. Commun.* **209**, 17-22, 2002.
- [33] F. I. Baida and D. Van Labeke, *Phys. Rev. B* **67**, 155314-1-155314-7, 2003.
- [34] S. M. Orbons, M. I. Haftel, C. Schlockermann, D. Freeman, M. Milicevic, T. J. Davis, B. Luther-Davies, D. Jamieson and A. Roberts, *Opt. Lett.* **33**, 821-823, 2008.
- [35] F. I. Baida, Y. Poujet, B. Guizal and D. Van Labeke, *Opt. Commun.* **256**, 190-195, 2005.
- [36] A. Moreau, G. Granet, F. I. Baida and D. Van Labeke, *Opt. Express.* **11**, 1131-1136, 2003.
- [37] M. I. Haftel, C. Schlockermann and G. Blumberg, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 193104-1-193104-3, 2006.
- [38] F. I. Baida, Y. Poujet, J. Salvi, B. Guizal and D. Van Labeke, *Opt. Commun.* **256**, 190-195, 2009.
- [39] A. Roberts and R.C. McPhedran, *Opt. Commun.* **36**, 607-611, 1988.
- [40] W. Fan, S. Zhang, B. Minhas, K.J. Malloy, and S.R.J. Bruek, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 033902-1-033902-4, 2005.
- [41] W. Fan, S. Zhang, K.J. Malloy, and S.R.J. Bruek, *Opt. Eng.* **13**, 4406-4413, 2005.
- [42] J. Salvi, M. Roussey, F. I. Baida, M.-P. Bernal, A. Mussot, T. Sylvestre, H. Maillotte, D. Van Labeke, A. Perentes, I. Utke, C. Sandu, P. Hoffmann and B. Dwir, *Opt. Lett.* **30**, 1611-1613, 2005.
- [43] W. Fan, S. Zhang, K.J. Malloy, and S.R.J. Bruek, *J. Vac. Sci. Technol. B* **23**, 2700-1-2700-5, 2005.
- [44] H. Caglayan, I. Bulu and O. Ekmel, *Microwave. Opt Tech. Lett.* **48**, 2491-2496, 2006.
- [45] Y. Poujet, M. Roussey, J. Salvi, F.I. Baida, D. Van Labeke, A. Perentes, C. Santschi, P. Hoffmann, *Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications.* **4**, 47-53, 2006.
- [46] H. Gai, J. Wang, Q. Tian, W. Xia and X. Xu, *Appl. Opt.* **46**, 6449-6453, 2007.

- [47] A. -A. Yanik, X. Wang, S. Erramilli, M. -K. Hong and H. Altug, *Appl. Phys. Lett.* **93**, 081104–1-081104–3, 2008.
- [48] Y. -Y. Yu, D. -Z. Lin, L. -S. Huang and C. -K. Lee, *Opt. Eng* **17**, 2707-2713, 2009.
- [49] E. Verhagen, L. Kuipers and A. Polman, *Opt. Eng* **17**, 14586-14598, 2009.
- [50] C. M. Rollinson, S. M. Orbons, S. T. Huntington, B. C. Gibson, J. Canning, J. D. Love, A. Roberts and D. N. Jamieson, *Opt. Eng.* **17**, 1772-1780, 2007.
- [51] M. J. Kofke, D. H. Waldeck, Z. Fakhraai, S. Ip and G. C. Walker, *Appl. Phys. Lett.* **94**,023104–1-023104–3, 2009.
- [52] H. Caglayan, I. Bulu and E. Ozbay, *Microwave.Opt. Eng.* **13**: 1666-1671, 2005.
- [53] M. Vanwolleghem, X. Checoury, S. Wojciech, B. Gralak, L. Magdenko, K. Postava, B. Dagens, B. Beauvillain and J-M.Lourtioz, *Phys. Rev. B* **80**, 121102–1-121102–4, 2009.
- [54] Z. Yu, Z.Wang and S. Fan, *Appl, phys, Lett.* **90**, 121133–1-121133–3, 2007.
- [55] S. Fan and, Z.Wang, *J. Magn. Soc. Jpn.* **30**, 641-645,2006.
- [56] W. smigaj, L. Magdenko, X. R. Vivas, S. Guenneau, B. Dagens, B. Gralak, and M. Vanwolleghen, *Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications.* **10**, 83-101, 2012.
- [57] A. Belkhir, *Extension de la modélisation par FDTD en nano-optique*, Thèse de Doctorat, Université de Franche Comté, 2008.
- [58] M. Roussey, M-P. Bernal, N. Courjal, D. Van. Labeke, F. I. Baida and R. Salut, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 241110–1-241110–3, 2006.
- [59] S. Krishnamurthy and P. V. Santos, *J. Appl. Phys.* **96**, 1803-1810, 2004.
- [60] J. Zak, E. R. Moog, C. Liu, and S. D. Bader, *Phys. Rev. B* **43**, 6423–6429, 1991.
- [61] H. Wen, M. A. Terrel, H. K. Kim, M. J. F. Digonnet and S. Fan, *J. Lightwave. Technol.* **27**, 3194-3201, 2009.
- [62] K. Thamaphat, P. Bharmanee and P. Limsuwan, *Kasetstart J.(Nat. Sci.)* **40**, 18-23, 2006.
- [63] P. A. Williams, A. U. Rose, G. W. Day, T. E. Milner and M. N. Deeter, *Appl. Opt.* **30**, 1176-1178, 1991.
- [64] A. Jain, J. Kumar, F. Zhou and L. Li, *Am. J. Phys.* **67**, 414-417, 1999.
- [65] M. A. Novikov and A. A. Khyshov, *Tech. Phys. Lett.* **24**, 130-131, 1998.
- [66] F. Choueikani, *Etude des potentialités de couches minces sol-gel dopées par des nanoparticules magnétiques pour la réalisation de composants magnéto-optiques intégrés* Thèse de Doctorat, Université Jean Monnet de Saint Etienne, 2008.
- [67] Y. Ikezawa, K. Nishimura, H. Ushida and M. Inoue, *J. Magn. Mater.* **272**, 1990-1991, 2004.



- [68] M. Inoue, *IEICE. Trans. Electron.* **91**, 1630-1637, 2008.
- [69] M. Lohmeyer, N. Bahlmann, O. Zhuromskyy, H. Dotsch and P. Hertel, *J. Lightwave. Technol.* **17**, 2605-2611, 1999.
- [70] M. Vanwolleghem, W. V. Parys, D. V.Thourhout, R.Baets, F.Lelarge, O. Gauthier-Lafaye, B.Theirez, R.Wirix-Speetjens and L.Lagae, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 3980- 3982, 2004.
- [71] K. Postava, M. Vanwolleghem, D. Van Thourhout, R. Baets, S. Visnovsky, P. Beavillain and J. Pistora, *J. Opt. Soc. Am. B.* **22**, 261-273, 2005.
- [72] Y. Shoji, T. Mizumoto, H. Yokoi, I.W. Hsieh and R. M. Osgood Jr. and H. Dotsch, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 071117–1-071117–3, 2008.
- [73] R. L. Espinola, T. Izuhara, M. C. Tsai, R. M. Osgood Jr. and H. Dotsch, *Opt. Lett.* **29**, 941-943, 2004.
- [74] J. Fujita, M. Levy, R. M. Osgood Jr., L. Wilkens and H. Dotsch, *Appl. Phys. Lett.* **76**, 2158-2160, 2000.
- [75] S. Fan, M. F. Yanik, Z. Wang, S. Sandhu and M. L. Povinelli, *J. Lightwave. Technol.* **24**, 4493-4501, 2006.
- [76] Z. Wang and S. Fan, *Opt. Lett.* **30**, 1989-1991, 2005.
- [77] Z. Wang and S. Fan, *Appl. Phys. B* **81**, 369-375, 2005.
- [78] Z. Wang and S. Fan, *Photonics and nanostructures-fundamentals and applications.* **4**, 132-140, 2006.
- [79] Q. Wang, Z. Ouyang and Q. Liu, *J. Opt. Soc. Am. B* **28**, 703-708, 2011.
- [80] W. Smigaj , J. Romero-Vivas, B. Gralak, L. Magdenko, B. Dagens and M. Vanwolleghem, *Opt. Lett.* **35**, 568-570, 2010.
- [81] L. Magdenko, *Conception et Réalisation de composants non-réciproques planaires a base de matériaux magnéto-optiques*, Thèse de Doctorat, Université Paris Sud, 2010.
- [82] K. S. YEE, *Trans. Antennas. Propagat.* **14**, 302-307, 1966.
- [83] R. Luebbers F. Hunsberger, K. S. Kunz, R. B. Standler and M. Schneider, *IEEE. Trans. electromagnetic. Compat.* **32**, 222-227, 1990.
- [84] T. O. Korner, W. Fichtner, *Opt. Lett.* **22**, 1586-1588, 1997.
- [85] B. Beker, K. R. Umashankar and A. Taflove, *IEEE. Trans. Antennas. Propagat.* **37**, 1573-1581, 1989.
- [86] B. Beker , K. R. Umashankar and A. Taflove, *Electromagn.* **10**, 387-406, 1990.
- [87] J. Schneider and S. Hudson, *IEEE Trans. Antennas. Propagat.* **41**, 994-999, 1993.
- [88] P. B. Johnson and R. W. Christy, *Phys. Rev. B* **6**, 4370-4379, 1972.

- [89] A. Vial, A.S. Grimault, D. Macías, D. Barchiesi, and M. L. de la Chapelle, *Phys. Rev. B* **71**, 085416-085422, 2005.
- [90] F. I. Baida and A. Belkhir, *Opt. Lett.* **34**, 2453-2455, 2009.
- [91] M. E. Veysoglu, R.T. Shin and J. A. Kong, *J. Electmagnetic. Wave. Application.* **7**, 1595-1607, 1993.
- [92] M . Hamidi , F I . Baida , A . Belkhir and O . Lamrous, *J. Phy. D: Appl. Phys.* **44**, 245101–1-245101–8, 2011.
- [93] A. Belkhir, O. Arar, S. S. Benabbes, O. Lamrous and F. I. Baida, *Phys. Rev. E* **81**, 046705–1-046705–8, 2010.
- [94] A. Belkhir, and F. I. Baida, *Phys. Rev. E* **77**, 056701–1-056701–10, 2008.
- [95] R. Courant, K. Friedrichs and H. Lewy, *IBM J.* **11**, 215-234, 1967
- [96] A. Taflove and S. C. Hagness, Books second edition, *Artech House Boston. London.*
- [97] J. P. Berenger, *Journal of computational Physics.* **114**, 185-200, 1994.
- [98] A. Figotin and I. Vitebsky, *Phys. Rev. E* **63**, 066609–1-066609–17, 2001.
- [99] J. Ballato, M. Ballato, A. Figotin and I. Vitebsky, *Phys. Rev. E* **72**, 036612–1-036612–9, 2005.
- [100] D. W. Berreman, *J.Opt.Soc.Am.* **62**, 502-510, 1972.
- [101] J. P. Pérez, *électromagnétisme: fondements et applications (Dunod)*, 4<sup>ème</sup> édition, 2002.
- [102] F. I. Baida and D. Van. Labeke, *Opt. Commun.* **225**, 241-252, 2003.
- [103] S. Astilean, Ph Lalanne and M. Palamaru, *Opt. Commun.* **175**, 667-669, 2000.
- [104] D. Van Labeke, D. Gérard, B. Guizal , F. I. Baida and L. Li , *Opt. Express.* **14**, 11945-11951, 2006.
- [105] J. –S. Bouillard, J. Einsle, W. Dickson, S. G. Rodrigo, S. Carretero-Palacios, L. Martin-Mereno, F. J. Garcia-Vidal and A. V. Zayats, *Appl. Phys. Lett.* **96**, 201101–1-201101–3, 2010.
- [106] S. M. Orbons, A. Roberts, D. Jamieson, M. I. Haftel, D. F. C. Schlockermann and B. Luther-Davies, *Appl. Phys. Lett.* **90**, 251107–1-251107–3, 2007.
- [107] Y. Poujet, J. Salvi and F.I. Baida, *Opt. Lett.* **32**, 2942-2944, 2007.
- [108] N. Garcia and M. Bai, *Opt. Express.* **14**, 10028-10042, 2006.
- [109] P. B. Catrysse and S. Fan, *J.nanophotonics.* **2** 021790–1-021790–20, 2008.
- [110] F. I. Baida, *Appl. Phys. Rev. B* **89**, 145-149, 2007.
- [111] G. Si, Y. Zhao, H. Liu, S. Teo, M. Zhang, T. J. Huang, A. J. Danner and J. Teng, *Appl. Phys. Lett.* **99**, 033105–1-033105–3, 2011.

- [112] R. J. Blaikie, L. Lin, and R. J. Reeves, ,Proceedings of the International Conference on Nanoscience and Nanotechnology (ICONN 2006), Brisbane, Australia, (IEEE Press, Piscataway, New Jersey), 458–461. 2006.
- [113] D. Van Labeke, D. Gérard, B. Guizal , F. I. Baida and L. Li, *Opt. Express*.**14**, 11945-11951, 2006.
- [114] S. M. Nosal, *Modélisation électromagnétique de structures périodiques et matériaux artificiels: Application, à la conception d'un radôme passe-bande*, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale Paris, 2009.
- [115] K. Kempa, X. Wang, Z. F. Ren and M. J. Naughton, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 043114–1-043114–3, 2008.
- [116] F. Baida, A. Belkhir, O. Arar, H. E. Barakat, J. Dahdah, C. Chemrouk, D. Van. Labeke, C. Diebold, N. Perry and M. -P. Bernal, *Micron*. **41**, 742-745, 2010.
- [117] M. Inoue, H. Ushida, K. Nishimura and P. B. lim, *J. Mat. Chem.* **16**, 678-684, 2006.
- [118] M. Inoue, A. V. Baryshev, A. B. Khanikaev, M. E. Dokukin, K. Chung, J. Heo, H. takagi, H. Ushida, P. B. lim and J. kim, *IEICE Trans. Electron. E* **91-C**, 1930-1937, 2008.
- [119] A.A. Fedyanin, T. Yoshida, K. Nishimura, G. Marowsky, M. Inoue and O. A. Aktsipetrov, *Microcavities J. Magn. Mat.* **258**, 96-98, 2003.
- [120] H. Ushida, K. Tanizaki, A . B. Khanikaev, A.A. Fedyanin, P. B. lim and M. Inoue, *J. Magn.* **11**, 139-142, 2006.
- [121] I. Abdulhalim, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **1**, 646-653, 1999.
- [122] I. Abdulhalim, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **2**, 557-564, 2000.
- [123] A. Figotin and I. Vitebsky, *Phy. Rev. B* **67**, 165210–1-165210–20, 2003.
- [124] A. Figotin and I. Vitebsky, *Phys. Rev. E***68**, 036609–1-036609–16, 2003.
- [125] A. Figotin and I. Vitebsky, *Phys. Rev. E* **72**, 036619–1-036619–12, 2005.
- [126] H. Zhu and G. Jiang, *Opt. Lett.* **36**, 1308-1310, 2011.
- [127] Z. Yu, Z. Wang, and S. Fan, *Appl. Phys. Lett.* **90**, 121-133, 2007.
- [128] A. B. Khanikaev and J. M. Steel, *Opt. Express.* **17**, 5265-5272, 2009.
- [129] K. Busch, G. Von Freymann, S. Linden, S.F. Mingaleev, L. Tkeshelashvili and M. Wegener, *Physics reports.* **444**, 101-202, 2007.
- [130] A. B. Khanikaev and J. M. Steel, *Photonics and nanostructures-fundamentals and applications.* **185**, 1-6, 2009.

## **Résumé**

Dans cette étude, nous appliquons la méthode des différences finies dans le domaine temporelle (FDTD) comme technique de modélisation adaptée aux particularités des structures utilisées dans les expériences de nano-optique. En proposant la méthode FDTD-SFM (Split-Field-Method), nous étudions le cas de structures périodiques et dispersives éclairées en incidence oblique. Les résultats obtenus démontrent la possibilité de contrôler la transmission exaltée. Nous présentons également un code FDTD pour les matériaux magnétiques et anisotropes. Enfin, nous modélisons le fonctionnement de circulateurs magnéto-optiques tout en proposant diverses géométries améliorant leur rendement.

## **Abstract**

In this study, we apply the finite difference time domain (FDTD) modeling technique to investigate various structures used in the experiments of nano-optics. We study the case of periodic and dispersive structures illuminated at oblique incidence using a FDTD-SFM (Split-Field-Method) calculations. The results show the possibility of the exalted transmission. We also present an FDTD code for the anisotropic and magnetic materials. Finally, we propose the operation modeling of magneto-optical circulators while offering various geometries improving their performance.