

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMERRI DE TIZI-OUZOU

FACULTÉ DES SCIENCES

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE



LABORATOIRE DE PHYSIQUE ET CHIMIE QUANTIQUE

MÉMOIRE DE MASTER

Filière : Physique

Spécialité : Nanophysique

Présenté par :

Samira KETTIH

Thème

*Étude de pertes par diffraction
d'un résonateur optique.*

Devant le jury d'examen composé de :

LALAM	Fadila	Professeur	U. M. M. T. O.	Président
DEGHICHE	Djamel	Maître de Conférences A	U. M. M. T. O.	Examineur
BOUKELLAL	Ali	Maître de Conférences A	U. M. M. T. O.	Rapporteur

Soutenu publiquement le : 12/07/2018

*Je dédie ce travail
à la mémoire de mon père
à ma mère
à ma famille
à mes ami(e)s*

KETTIH Samira

Remerciements

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Physique et Chimie Quantique (LPCQ) à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.

Avant tout, nous remercions dieu le tout puissant pour nous avoir accordé la santé, le courage et les moyens pour suivre nos études et la volonté pour la réalisation de ce travail.

Tout d'abord je remercie Mr Hamid BOUZAR, directeur du (LPCQ) qui m'a accueilli au sein de son laboratoire.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mon Directeur de mémoire Monsieur BOUKLLAL Ali. Je le remercie pour m'avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.

Je remercie les professeurs LALAM Fadhela et DEGHCHE Djamel pour m'avoir fait l'honneur de présider et examiner ce mémoire.

J'adresse mes sincères remerciements à tous les professeurs, intervenants et toutes les personnes qui par leurs paroles, leurs écrits, leurs conseils et leurs critiques ont guidé mes réflexions et ont accepté à me rencontrer et répondre à mes questions durant mes recherches.

J'adresse mes remerciements à l'ensemble du personnel, ingénieurs, doctorants tout particulièrement Ilyes MITICHE, mes collègues du laboratoire plus particulièrement LOUNIS Lynda, pour l'environnement de travail qu'ils m'ont offert tout au long de mon stage.

Une gratitude et une pensée profonde sont dédiées à la mémoire de mon père qui, de là où il est, est sûrement comblé et satisfait par mon parcours d'étudiante. J'exprime principalement mes reconnaissances à ma chère mère qui n'a jamais ménagé ses efforts pour être auprès de moi. En signe de respects et d'humilités je m'adresse à ces deux parents leurs déclarant : « Vous avez tout sacrifié pour vos enfants n'épargnant ni santé ni efforts. Vous m'avez donné un magnifique modèle de labeur et de persévérance. Je suis redevable d'une éducation dont je suis fière ».

Je conclurai ces remerciements avec une pensée toute particulière pour tous les membres de ma famille frères et sœurs.

Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	iii
0.1 Introduction générale	1
Introduction générale	1
1 Généralités sur les Lasers	3
1.1 Introduction	3
1.2 LASER “Light Amplification by Stimulated Emission of Radiations”	3
1.3 Propagation d’un rayon lumineux "les matrices ABCD"	4
1.4 Étude d’une cavité laser par l’équation d’Helmholtz	5
1.4.1 Approximation paraxiale	7
1.4.2 Faisceaux gaussiens	7
1.4.3 Modes d’Hermite-Gauss	9
1.4.4 Modes de Laguerre-Gauss	10
1.5 Les résonateurs optiques	10
1.5.1 Les types de cavité	11
1.5.2 Condition de stabilité d’une cavité optique	12
1.6 La diffraction	13
1.7 Conclusion	14
2 Équations intégrales et diffraction optique	15
2.1 Introduction	15
2.2 La diffraction de Fresnel	15
2.3 Diffraction optique dans l’approximation paraxiale	16
2.4 Conclusion	19
3 Travail réalisé	20
3.1 Partie théorique	20
3.2 Introduction	20
3.3 Pertes par absorption, diffusion et transmission	20
3.4 Pertes par diffraction	21
3.4.1 La notion d’amplitude et de phase	21
3.5 Application des méthodes numériques aux équations intégrales	21
3.6 Résultats et discussion	21
3.6.1 Le profil d’amplitude et de phase pour un seul aller-retour	21

3.6.2	Le profil symétrique d'amplitude pour 300 transits	22
3.7	Étude du comportement d'une onde laser après 300 transits	23
3.8	L'effet du nombre de Fresnel	25
3.8.1	L'influence du nombre de Fresnel sur le comportement de l'onde laser . . .	25
3.8.2	Influence du nombre de Fresnel sur le comportement de l'onde laser après 300 transits	26
3.9	L'effet du nombre d'aller-retour	27
3.9.1	L'influence du nombre de transits sur le comportement de l'onde laser . . .	27
3.10	Les pertes de la cavité	30
3.11	Conclusion	30
3.12	Conclusion générale	31
Bibliographie		32
A Annexe		33

Table des figures

1.1	(a) Schéma représentant le principe d'un laser (b) Shéma d'un faisceau laser directif.	4
1.2	Propagation d'un rayon lumineux à travers un système optique.	4
1.3	Répartition d'intensité d'un faisceau gaussien.	9
1.4	(a) Les diagrammes d'intensité de certains modes gaussiens d'ordre inférieur (b) Schéma indiquant la répartition d'intensité du mode de P,l=0,0 0,3 1,3 0,4 Laguerre–Gauss TEM_{00} et TEM_{03} , TEM_{13} , TEM_{04}	11
1.5	Les types d'une cavité optique.	11
1.6	Cavité formée de deux miroirs.	12
1.7	Le diagramme de Stabilité du résonateur optique.	12
1.8	(a) Diffraction d'un faisceau laser par une fente fine, (b) Réflexion et transmission multiple dans l'interféromètre de Perot-Fabry.	13
2.1	Principe de Huygens-Fresnel.	15
2.2	La géométrie rectangulaire des miroirs plan.	16
3.1	L'évolution de d'amplitude et la phase au cours d'un seul aller-retour dans la cavité Fabry-Perrot.	22
3.2	Le profil d'amplitude en fonction de x après 300 aller-retour.	23
3.3	Distribution relative de la phase de l'intensité du champ pour les miroirs à bande infinie, (l'onde initialement lancée a une distribution uniforme.)	23
3.4	Fluctuation de l'amplitude du champ à $x=0.4a$ en fonction du nombre de transits. (L'onde initialement lancée a une distribution uniforme).	24
3.5	Distribution relative de l'amplitude (a) et de la phase (b) de l'intensité du champ pour les miroirs à bande infinie, pour un seul transit et pour différents nombres de Fresnel.	25
3.6	Distribution relative de l'amplitude de l'intensité du champ pour les miroirs à bande infinie, pour un seul transit et pour différents nombre de Fresnel.	26
3.7	Distribution relative de phase de l'intensité du champ pour les miroirs à bande infinie, pour un seul transit et pour différents nombre de Fresnel.	26
3.8	Distribution relative de la phase de l'intensité du champ pour les miroirs à bande infinie après certains nombres de transits pour différents nombre de Fresnel.	27
3.9	Distribution relative de la phase de de l'intensité du champ pour les miroirs à bande infinie après certains nombres de transits pour différents nombre de Fresnel.	28
3.10	Distribution relative de la phase de l'intensité du champ en fonction du nombre de transits pour les cents points.	29
3.11	Distribution relative de la phase de l'intensité du champ en fonction du nombre de transits pour les 11 points.	29

0.1 Introduction générale

Le photon est la plus petite quantité d'énergie indivisible associée à un rayonnement pour une longueur d'onde donnée. Cette notion quantique est utilisée surtout avec la lumière car elle permet de définir directement l'interaction entre les rayonnements et les atomes des matériaux à très petite échelle.

On pourrait aussi associer des photons ou quanta de faible énergie à des ondes radio SHF ou UHF par exemple. Cette notion n'aurait alors que peu d'intérêt car on étudie le plus souvent l'action des ondes radio sur des conducteurs de grandes dimensions (antennes, lignes, cavités, etc. . .) via leurs interactions électromagnétiques.

L'émission stimulée est créée dans une cavité optique constituée d'un volume transparent fermé par deux parois opposées parallèles et réfléchissantes. La distance entre ces parois est choisie pour créer un mode de résonance avec la longueur d'onde des photons émis. On excite les atomes de ce milieu par une perturbation extérieure qui va augmenter leur énergie. (Un éclair lumineux, le passage d'un courant, etc.), on appelle cette excitation « pompage ». Le rayonnement laser traverse alors le miroir le moins réfléchissant vers l'extérieur ; c'est ce qu'on appelle diffraction de la lumière qui résulte d'une interaction entre la matière "miroir" et le rayonnement. Elle est caractérisée par une perturbation de la propagation de la lumière à proximité des bords de tout élément matériel.

Le rayonnement dû à l'émission stimulée résonne dans l'interféromètre et émerge d'une face partiellement argentée sous la forme d'un faisceau de lumière cohérent[1].

Un maser (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation) est un dispositif permettant d'émettre un faisceau cohérent de micro-ondes ; en utilisant dans ce dispositif un interféromètre comme résonateur, une onde quittant un miroir et se déplaçant vers l'autre sera amplifiée lors de son déplacement à travers le milieu actif. En même temps, il perdra de la puissance en raison de la diffusion par des inhomogénéités dans le milieu. Lorsque l'onde arrive aux second miroir, une partie de la puissance sera perdue en réflexion en raison de la conductivité finie du miroir et une certaine quantité de puissance sera perdue par rayonnement sur les bords du miroir. Pour que l'oscillation se produise, la perte totale de puissance due à la diffusion de la densité, au débordement diffractif et à la perte de réflexion doit être inférieure à la puissance obtenue en parcourant le milieu actif. On s'attend donc à ce que la perte de diffraction soit un facteur important, à la fois pour déterminer la condition d'oscillation de départ et pour déterminer la distribution d'énergie dans l'interféromètre pendant l'oscillation.

L'objectif de mon travail est, par implémentation de méthodes numériques, de calculer les effets de propagation relatifs à une impulsion optique après plusieurs transits (aller-retour) dans un résonateur optique et de faire apparaître l'intérêt de l'augmentation du nombre de ces transits afin de limiter les pertes par diffraction sur les bords des miroirs constituant le résonateur. En première approche, les miroirs de la cavité sont considérés plans, et seul l'étude selon une dimension perpendiculaire à la direction de propagation a été considérée.

L'onde incidente est supposée plane d'amplitude constante. En perspective, cette étude pourrait faire l'objet d'une extension à deux dimensions dans le plan transverse en considérant des formes sphériques pour les miroirs et un faisceau initial Gaussien, se rapprochant ainsi de paramètres les plus couramment adoptés dans la réalisation des cavités laser. Les calculs ont été réalisés dans les codes Matlab et notamment Mathematica.

Dans le premier chapitre sont présentées les généralités qui concernent les Lasers, ainsi que les propriétés physiques détaillées des cavités optiques laser avec ou sans milieu amplificateur qui ont un très grand intérêt dans le confinement de l'énergie de l'onde électromagnétique issue de ce dispositif.

Le deuxième chapitre est consacré à une présentation sommaire du principe d'Huygens Fresnel ainsi que de l'intégrale de Fresnel-Kirchoff dont découle l'équation intégrale permettant de déterminer les modes propres de la cavité optique. Ceci est effectué, moyennant certaines approximations, à savoir l'approximation paraxiale et l'approximation de Fresnel. Une Forme scalaire du principe d'Huygens est exposée permettant d'obtenir le champ sur un miroir en terme d'une intégration sur le champ sur l'autre miroir. Cette forme adéquate permet une itération numérique sur la détermination de l'amplitude et la phase du champ résultant après un nombre de transits donné.

Dans le troisième chapitre on s'est intéressé principalement à l'étude du comportement de l'onde laser "amplitude et phase" en fonction du nombre d'aller-retour et du nombre de Fresnel via des algorithmes élaborés. Ceci a permis de vérifier le bon accord entre les résultats obtenus en implémentant les programmes établis par nos soins et les prédictions physiques déjà obtenues par de précédentes études.

Bien qu'il soit courant de considérer l'interféromètre "Fabry-Perot" comme étant simultanément résonant pour des ondes planes uniformes se déplaçant parallèlement à l'axe et à certains angles discrets de l'axe, cette image n'est pas adéquate pour le calcul de la perte par diffraction dans un maser. Il est vrai que lorsque l'interféromètre est exploité comme un instrument passif avec des ondes planes uniformes alimentées en continu à partir d'une source externe, les champs internes peuvent être essentiellement ceux d'ondes planes uniformes. Dans un maser oscillant où la puissance est fournie uniquement à partir de l'interféromètre, la perte de puissance récurrente des bords d'une onde due à la diffraction entraîne un écart marqué par rapport à l'amplitude et à la phase uniforme à travers le miroir.

A travers l'étude réalisée on s'est intéressé à l'influence de la diffraction sur le champ électromagnétique dans un interféromètre évoluant en espace libre. Les conclusions peuvent être appliquées aussi bien à des masers à l'état gazeux qu'à l'état solide à condition que l'interféromètre soit immergé dans le milieu actif, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de discontinuités de parois latérales.

Chapitre 1

Généralités sur les Lasers

1.1 Introduction

Un laser est constitué d'une cavité contenant de la matière sous forme solide ou gazeuse. Cette matière constitue le milieu actif. Celui-ci est enrichi en ions dans le cas solide, ou est ionisé dans le cas du gaz. Ce sont les ions présents ou créés qui ont des propriétés d'émission stimulée. Pour peu qu'ils soient excités, ils amplifient la lumière qui les traverse. Le fonctionnement de l'émission stimulée fait que pour un photon excitant un ion il en ressort deux photons identiques au premier, ce qui donne ses propriétés de cohérence¹ au laser (si au départ il y a un seul photon alors il sera amplifié jusqu'à donner un faisceau parfaitement cohérent).

1.2 LASER “Light Amplification by Stimulated Emission of Radiations”

Un laser est un oscillateur optique capable de créer une lumière dite Lumière Laser¹. Comme tous les oscillateurs, il est composé d'un amplificateur et d'une boucle de contre-réaction adaptée [2] [3].

Dans le cas d'un laser, le milieu amplificateur est constitué d'un milieu susceptible d'amplifier (par émission stimulée). Ceci signifie que si un pinceau lumineux traverse une telle source, il en sort avec une intensité plus grande que celle qu'il avait en entrant [4].

La boucle de contre-réaction est constituée d'une cavité optique résonante.

Celle-ci est constituée de miroirs agencés de telle manière que la lumière circule entre eux et y reste comme dans un réservoir. Le laser est sensé être un faisceau monochromatique², directif³, cohérent¹,

L'effet laser et ses caractéristiques (intensité, polarisation, longueur d'onde d'émission, largeur

1. La lumière émise par un laser soit en micro onde, en infrarouge, dans l'ultraviolet et même dans les rayons X est très particulière et très différente de celle qui nous entoure tous les jours. Elle est dite « cohérente » car, comme une onde radio classique, c'est un rayonnement électromagnétique parfaitement défini en fréquence et en phase; elle émet des fronts d'onde dont les amplitudes et les phases sont identiques, en raison du principe de l'émission stimulée associée à la présence de la cavité optique résonante.

2. Contrairement à la lumière blanche, le laser n'émet qu'une seule longueur d'onde c'est-à-dire une seule couleur et cela est dû à l'émission stimulée qui produit des photons identiques (même phase et fréquence).

3. Le faisceau laser apparaît souvent comme un fil lumineux très fin, ce faisceau filiforme prend sa forme à partir de la géométrie des miroirs qui confinent le rayonnement lors des réflexions multiples.

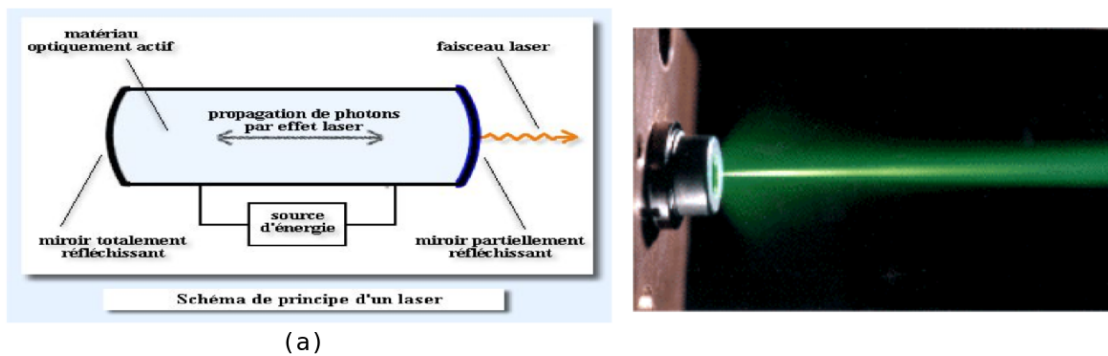


FIGURE 1.1 – (a) Schéma représentant le principe d'un laser (b) Schéma d'un faisceau laser directif.

de raie...) sont le résultat de l'adéquation entre ces deux principaux éléments que sont le milieu amplificateur et le résonateur optique; voir (1.1) [5].

1.3 Propagation d'un rayon lumineux "les matrices ABCD"

La propagation d'un rayon lumineux à travers une structure formée d'éléments optiques "miroirs, dioptries, lentilles..." peut être décrite par des matrices de transfert appelées matrice ABCD. Dans la plupart des situations, le rayon lumineux reste confiné au voisinage de l'axe optique du système. L'étude de sa propagation peut alors être développée dans le contexte simple de l'approximation paraxial. Celle-ci est réalisée lorsque les rayons se propagent de manière quasi parallèle à l'axe optique z et restent confinés près de cet axe.

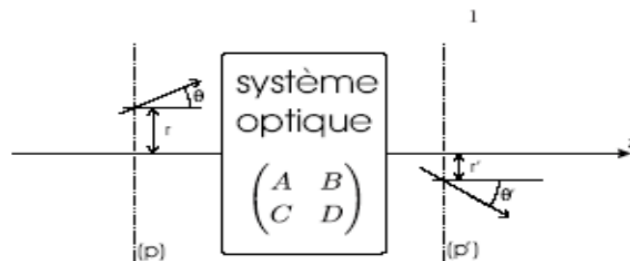


FIGURE 1.2 – Propagation d'un rayon lumineux à travers un système optique.

De plus, la pente d'un rayon paraxial est faible et l'on a :

$$\frac{dr}{dz} = \tan \theta \approx \theta \quad (1.1)$$

Examinons comme le montre la figure (1.2) [6], le cas d'un rayon se propageant dans l'espace libre sur une distance $d = z_2 - z_1$ entre les plans $z = z_1$ et $z = z_2$ et notons :

$$r_1 = r(z_1) = \begin{pmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = r(z_2) = \begin{pmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

les vecteurs correspondants r_2 et θ_2 sont donnés par :

$$\begin{aligned} r_2 &= r_1 + \tan \theta_1 d \approx r_1 + \theta_1 d \\ \theta_2 &= \theta_1 \end{aligned}$$

en notation matricielle, on peut écrire $r_2 = Mr_1$, où :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

M est la matrice de transfert relative à la propagation libre du rayon sur la distance d. la figure (1.2) illustre maintenant le passage d'un rayon lumineux à travers le système optique composé d'une lentille mince de distance focale f. la matrice de transfert est donnée par la matrice M :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$

D'une manière générale, les propriétés d'un système optique quelconque sont représentées par sa matrice de transfert. les rayons incident r_1 et émergent r_2 (relativement à ce système optique) sont reliés par $r_2 = Mr_1$. La matrice M est donnée par ses éléments notés conventionnellement A, B, C, D :

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

La matrice d'un système composé de plusieurs sous-systèmes élémentaires, tels ceux décrits ci-dessus, est le produit des matrices de chaque sous-système.

1.4 Étude d'une cavité laser par l'équation d'Helmholtz

Pour connaître les modes propres de la cavité plusieurs méthodes sont possibles. La plus couramment utilisée est celle qui donne les solutions par résolution des équations de Maxwell, décrivant les modes possibles dans une cavité optique ainsi que le comportement du champ localement .

On considère une onde électromagnétique se propageant dans le vide dont ses champs électrique et magnétique sont définis par \vec{E} , \vec{B} , respectivement. Si l'on désigne par \vec{D} et \vec{H} les vecteurs déplacement électrique et induction magnétique, ces vecteurs sont reliés par :

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \end{aligned} \quad (1.2)$$

où \vec{P} désigne la polarisation. La propagation de cette onde est décrite par les équations de Maxwell données par :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{1}{\varepsilon} (\rho - \operatorname{div} \vec{P}) & \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \operatorname{rot} \vec{B} - \mu \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \right) &= \mu_0 \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Dans un milieu homogène et isotrope on a $\vec{J} = 0$, $\vec{P} = 0$, et à partir du système (1.3) on obtient :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= 0 & \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \operatorname{rot} \vec{B} &= \mu_0 \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\text{Si l'on considère : } \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{E}) = -\operatorname{rot}\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) \quad (1.5)$$

$$\text{sachant que : } \operatorname{rot} \vec{B} - \mu_0 \varepsilon_0 \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = 0 \quad (1.6)$$

$$\text{on aura : } \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} = \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{E}) = -\frac{\partial(\operatorname{rot} \vec{B})}{\partial t} \quad (1.7)$$

$$\Delta \vec{E} = +\frac{\partial(\mu_0 \varepsilon_0 (\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}))}{\partial t} \quad (1.8)$$

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.9)$$

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.10)$$

L'équation admet comme solution $E = E_0 e^{-i\omega t} \Rightarrow \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \vec{E}$

L'équation d'Helmholtz s'écrit alors sous la forme :

$$\Delta \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} = 0 \quad (1.11)$$

Sachant que $\frac{\omega^2}{c^2} = k^2$, on peut encore écrire :

$$\Delta \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (1.12)$$

Le champ scalaire associé à la solution de cette équation est donné par :

$$E(x, y, z) = \varepsilon e^{-ikz} \quad (1.13)$$

Afin de tenir compte de la structure confinée caractéristique des faisceaux laser, l'enveloppe complexe ε dépend maintenant, à la différence de l'onde plane (1.12), des coordonnées du plan transverse (x,y).

$$E(x, y, z) = \varepsilon(x, y, z) e^{-ikz} \quad (1.14)$$

L'enveloppe ε peut également dépendre de la coordonnée z comme l'indique la relation (1.14).

1.4.1 Approximation paraxiale

L'expression (1.14) permet de prendre en compte le confinement de l'onde dans le plan transverse (x,y,z) , autrement dit les rayons lumineux restant confinés au voisinage de l'axe optique du système. Le confinement s'accompagne automatiquement du phénomène de diffraction. En effet, le principe de Huygens montre que l'enveloppe d'un champ confiné transversalement dépend également de la direction de propagation z . Les effets de diffraction sont donc inclus dans l'expression (1.14) grâce à la dépendance de ε en z . L'approximation paraxiale suppose que la variation de l'enveloppe $\varepsilon(x, y, z)$ en fonction de z est beaucoup plus faible que les variations du type e^{-ikz} . En d'autres termes, l'enveloppe ε varie lentement en fonction de z sur une distance de l'ordre de la longueur d'onde λ :

$$\left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right| \ll k|\varepsilon| \quad , \quad \left| \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} \right| \ll \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right| \quad (1.15)$$

Reportons (1.14) dans (1.12) et tenant compte de (1.15), on obtient :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0 \quad (1.16)$$

L'équation (1.16), appelée équation parabolique paraxiale, est à la base de la théorie des faisceaux gaussiens. C'est une équation différentielle linéaire du première ordre en z que l'on peut écrire sous la forme :

$$i \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{1}{2k} \nabla_{\perp}^2 \varepsilon \quad (1.17)$$

Le laplacien transverse, $\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2}$ rend compte de la diffraction de l'onde électromagnétique dans le milieu.

1.4.2 Faisceaux gaussiens

Mode fondamental

L'équation d'onde (1.16) admet comme solution des ondes dont le profil d'intensité est de forme gaussienne ou encore modes gaussiens. Dans un premier temps, nous allons rechercher la solution la plus simple présentant la symétrie cylindrique. Ce type de solution est connu sous le nom de mode fondamental. Les autres solutions de (1.16) sont appelées modes d'ordre supérieur et sont développées dans les deux sections suivantes : Notant par $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ la coordonnée radiale dans le plan transverse, (1.16) devient pour un champ à symétrie cylindrique :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) = 2ik \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \quad (1.18)$$

L'onde plane ou l'onde sphérique dans l'approximation paraxiale sont des solutions possibles de (1.18) mais ne sont pas satisfaites pour la description des lasers. Afin de modéliser correctement la structure d'un faisceau laser, considérons la fonction d'essai suivante :

$$\varepsilon(r, z) = A(z) e^{(-i \frac{kr^2}{2R(z)})} e^{(-\frac{r^2}{W^2(z)})} \quad (1.19)$$

de structure transverse gaussienne. $A(z)$ est une fonction, a priori complexe, décrivant l'amplitude et la phase du champ suivant z . Les variations de $\varepsilon(r, z)$ suivant la coordonnée radiale r sont contenues dans les termes exponentiels. $R(z)$ et $W(z)$ sont des fonctions réelles :

- Le caractère gaussien du profil est exprimé par $\exp(-r^2/W^2(z))$. Pour z fixé, l'amplitude du champ diminue d'un facteur $1/e$ à une distance $r=W(z)$ de l'axe optique. Le rayon $W(z)$ est donc une mesure de l'extension radiale du faisceau ;
- Dans l'approximation paraxiale ($r \ll z$), on montre que l'onde sphérique comporte un terme de phase $\exp(-ikr^2/2z)$ décrivant des surfaces équi-phases sphériques de rayon z . Par analogie avec l'onde sphérique paraxiale, le faisceau gaussien est ici caractérisé par des fronts d'onde de rayon $R(z)$. $R(z)$ est appelé rayon de courbure du faisceau.

D'une manière quelque peu arbitraire, nous introduisons la notation de la l'inverse de $Q(z)$ ⁴ :

$$\frac{1}{Q(z)} = \frac{1}{R(z)} - \frac{2i}{kW^2(z)} \quad (1.20)$$

$\varepsilon(r, z)$ prend alors la forme synthétique :

$$\varepsilon(r, z) = A(z)\exp\left[-i\frac{kr^2}{2Q(z)}\right] \quad (1.21)$$

Pour obtenir les fonction $Q(z)$ et $A(z)$, reportons (1.21) dans l'équation (1.18). Quelques calculs élémentaires aboutissent aux deux équations différentielles du premier ordre suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{dQ(z)}{dz} &= 1 \\ \frac{dA(z)}{dz} &= -\frac{A(z)}{Q(z)} \end{aligned} \quad (1.22)$$

✓ Rayon de courbure complexe

Par intégration de la première équation de (1.22), considérons $z_0 = 0$: $Q(z) = z + c^{st}$, définissons $c = iz_R$ ⁵ $\Rightarrow Q(z) = z + iz_R$. Introduisons cette forme de $Q(z)$ dans (1.20), on a :

$$\frac{1}{Q(z)} = \frac{1}{z + iz_R} = \frac{z}{z^2 + z_R^2} - i\frac{z_R}{z^2 + z_R^2} \quad (1.23)$$

Par identification de (1.20) et de (1.23), il vient :

$$R(z) = \frac{z^2 + z_R^2}{z} = z\left[1 + \frac{z_R^2}{z^2}\right] \quad (1.24)$$

$$-\frac{2i}{kW^2(z)} = -i\frac{z_R}{z^2 + z_R^2} \quad W^2(z) = z_R\left(\frac{2}{k}\right)\left[\frac{z^2 + z_R^2}{z^2}\right]$$

$$W^2(z) = \frac{2z_R}{k}\left[1 + \frac{z^2}{z_R^2}\right] \quad (1.25)$$

pour $z=0$, $W^2(z = 0) = W_0^2 = \frac{2z_R}{k}$ avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ implique : $W_0^2 = \frac{\lambda z_R}{\pi}$, introduisant W_0^2 dans (1.25), on obtient :

$$W(z) = W_0\sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}} \quad (1.26)$$

4. La fonction complexe $Q(z)$ est appelée par analogie avec les ondes sphérique rayon de courbure complexe

5. z_R est appelé longueur de Rayleigh

✓ Phase

L'intégration la deuxième équation de (1.22) donne :

$$A(z) = \frac{c}{1 - i\frac{z}{z_R}} e^{\varphi(z)} = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}}} e^{\varphi(z)} \quad (1.27)$$

où c est la constante d'intégration (dans la suite, on choisit arbitrairement la norme du mode fondamental et on pose $c=1$). La phase de Gouy est caractéristique de l'onde gaussienne :

$$\varphi(z) = -\arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) \quad (1.28)$$

A l'aide des équation (1.14), (1.19), (1.27), (1.28) nous pouvons écrire l'expression du champ électrique comme :

$$E(x, y, z) = \frac{W_0}{W(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{W^2(z)}\right] \exp[-i\phi(r, z)] \quad (1.29)$$

$$\phi(r, z) = kz - \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) + \frac{kr^2}{2R(z)} \quad (1.30)$$

Par rapport à l'onde plane, la phase comporte ici deux contributions supplémentaires : l'une longitudinale est la phase de Gouy $\varphi(z)$ (1.28), l'autre radiale donnant au front d'onde sa forme sphérique. L'intensité du faisceau $I = |E|^2$ est représentée sur la figure (1.3) [7].

$$I(r, z) = \left[\frac{W_0}{W(z)}\right]^2 \exp\left[-\frac{2r^2}{W^2(z)}\right] \quad (1.31)$$

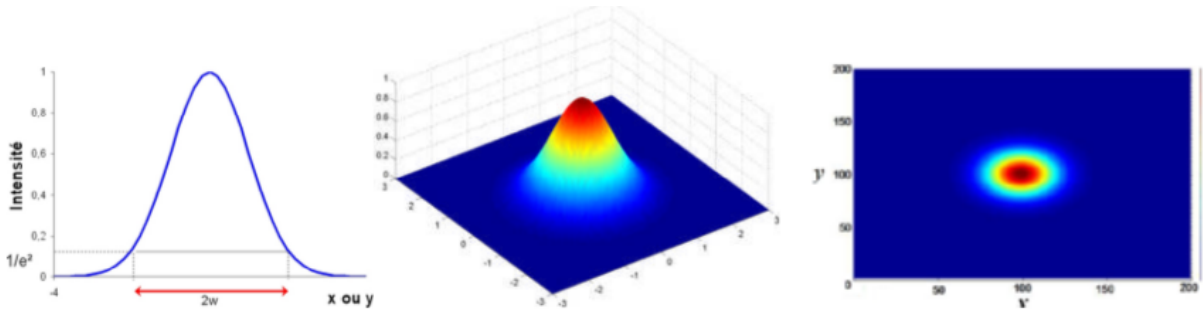


FIGURE 1.3 – Répartition d'intensité d'un faisceau gaussien.

1.4.3 Modes d'Hermite-Gauss

L'équation (1.16) admet d'autres solutions que le mode fondamental décrit ci-dessus. Sans entrer dans les développements mathématiques trop compliqués, nous pouvons montrer que la fonction d'essai (1.21) peut être généralisée par :

$$\varepsilon(x, y, z) = A(z) G_x\left(\frac{\sqrt{2}x}{W(z)}\right) G_y\left(\frac{\sqrt{2}y}{W(z)}\right) \exp\left(-i\frac{kr^2}{2Q(z)}\right) \quad (1.32)$$

G_x et G_y sont fonctions des coordonnées transverse x et y normalisées par rapport au rayon $W(z)$. En reportant cette expression dans (1.16), on retrouve que la fonction G_x obéit à une équation différentielle du type :

$$\frac{d^2 G_x}{dx^2} - 2x \frac{dG_x}{dx} + 2mG_x = 0 \quad (1.33)$$

où m est un entier positif quelconque. Le même type d'équation est obtenue pour G_y . Les solutions de (1.33) sont les polynômes d'Hermite H_m qui se réfèrent aux modes d'Hermite-Gauss (voir figure (1.4)). Le champ (1.32) devient :

$$E_{mn}(x, y, z) = \frac{W_0}{W(z)} H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{W(z)}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{W(z)}\right) * \exp\left(-\frac{r^2}{W^2(z)} - i\phi_{mn}(r, z)\right) \quad (1.34)$$

où ϕ_{mn} est la phase totale du champ :

$$\phi_{mn}(r, z) = kz - (m + n + 1) \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) + \frac{kr^2}{2R(z)} \quad (1.35)$$

1.4.4 Modes de Laguerre-Gauss

Une autre famille de solutions de l'équation paraxiale est donnée sur la base des modes de Laguerre-Gauss voir figure (1.4) [6]. Sachant que r et θ définissent les coordonnées polaires dans le plan transverse, on peut montrer que ces solutions sont de la forme :

$$E_{pli}(r, \theta, z) = \frac{W_0}{W(z)} H_m\left(\frac{\sqrt{2}r}{W(z)}\right)^l L_p^l\left(\frac{2r^2}{W^2(z)}\right) * \exp\left(-\frac{r^2}{W^2(z)} - i\phi_{pl}(r, z)\right) * F \quad (1.36)$$

avec :

$$\begin{aligned} \cos l\theta, i = 1 \\ \sin l\theta, i = 2 \end{aligned}$$

La phase du champ est aussi donnée par :

$$\phi_{pl}(r, z) = kz - (2p + l + 1) \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) + \frac{kr^2}{2R(z)} \quad (1.37)$$

1.5 Les résonateurs optiques

Une cavité optique, ou résonateur optique est un dispositif dans lequel certains rayons lumineux sont susceptibles de rester confinés grâce à des miroirs sur lesquels ils se réfléchissent. Ces cavités sont indispensables aux lasers pour que leur lumière passe plusieurs fois dans leur milieu amplificateur. Elles sont parfois présentes dans des interféromètres et des oscillateurs paramétriques optiques. Elles sont constituées de deux miroirs parallèles, l'un en générale totalement réfléchissant l'autre partiellement réfléchissant. La cavité est excitée par une décharge électrique ou par un autre laser. Ainsi toute lumière naturellement présente à l'intérieur (bruit de la cavité)

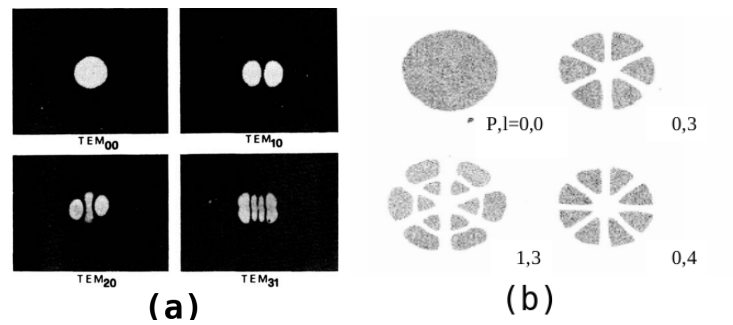


FIGURE 1.4 – (a) Les diagrammes d’intensité de certains modes gaussiens d’ordre inférieur (b) Schéma indiquant la répartition d’intensité du mode de $P,l=0,0$ $0,3$ $1,3$ $0,4$ Laguerre–Gauss TEM_{00} et TEM_{03} , TEM_{13} , TEM_{04} .

est amplifiée puis réfléchi entre les miroirs. A chaque passage, une partie de la lumière traversera le miroir partiellement réfléchissant.

Le fait que les deux miroirs soient parallèles fait qu’un rayon n’étant pas dans l’axe sera très vite expulsé par rebonds successifs. C’est ce qui rend le faisceau laser si fin. Dans le cas des lasers à fibre optique, ce sont les caractéristiques de la fibre qui permettent ce confinement.

1.5.1 Les types de cavité

Les types de cavités qui sont le plus couramment utilisées sont représentés sur la figure (1.5) [8] :

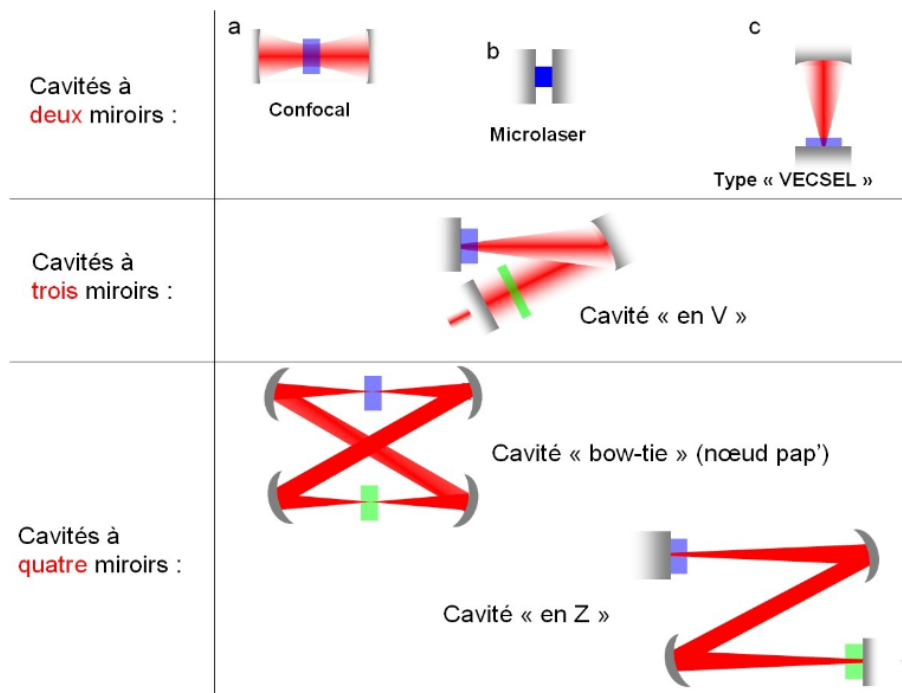


FIGURE 1.5 – Les types d’une cavité optique.

1.5.2 Condition de stabilité d'une cavité optique

Considérons une cavité formée de deux miroirs de rayons de courbure R_1 et R_2 séparés par une distance L (figure ci-dessous). Sur cette figure est illustrée la trajectoire d'un rayon lumineux issu du point A qui, après seulement quelques réflexions sur les miroirs, finit par s'échapper latéralement. Dans ce cas, la cavité est dite instable. Par contre, lorsque le rayonnement reste confiné au voisinage de l'axe z de la cavité, la cavité reste stable.

Les critères de stabilité sont bien évidemment d'une grande importance pour la réalisation d'une

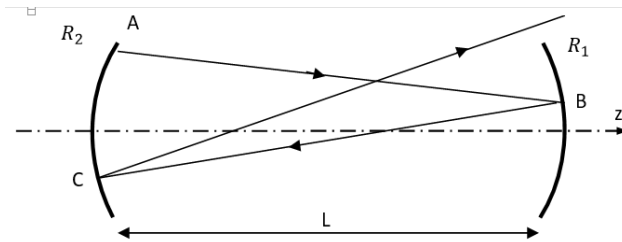


FIGURE 1.6 – Cavité formée de deux miroirs.

cavité laser. Le critère de stabilité d'une cavité de ce type est donné par [9] :

$$0 < \left(1 - \frac{L}{R_1}\right)\left(1 - \frac{L}{R_2}\right) < 1 \quad (1.38)$$

Posons : $g_1 = \left(1 - \frac{L}{R_1}\right)$ et $g_2 = \left(1 - \frac{L}{R_2}\right)$
La condition de stabilité donc : $0 < g_1 g_2 < 1$.

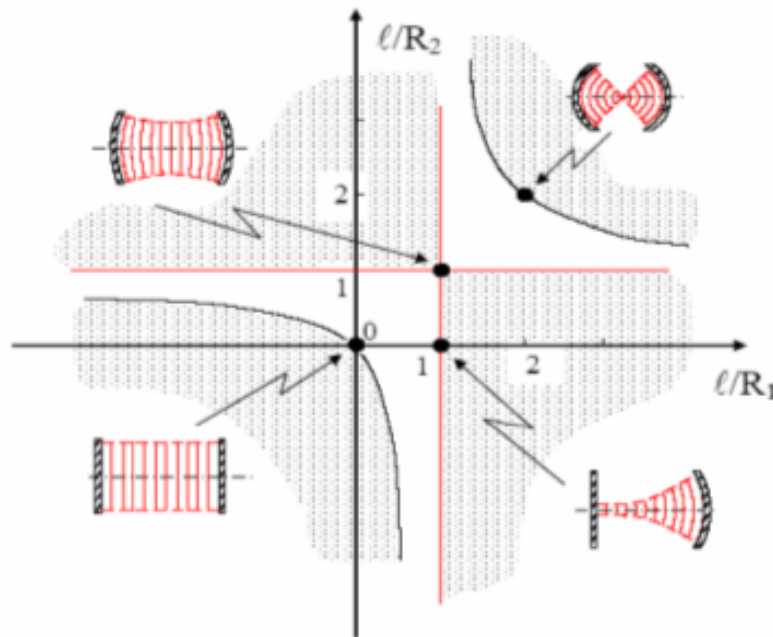


FIGURE 1.7 – Le diagramme de Stabilité du résonateur optique.

1.6 La diffraction

La diffraction est un éparpillement de la lumière par les bords d'un obstacle avec apparition d'oscillations près de l'ombre géométrique. La diffraction concerne aussi bien les ondes électromagnétiques dont les ondes lumineuses que les ondes mécaniques "ondes sonores ...". Dans le cas de l'optique, le phénomène de diffraction met en défaut les lois de l'optique géométrique pour laquelle la propagation de la lumière est rectiligne dans un milieu homogène et transparent. En fait le phénomène de diffraction apparaît chaque fois que l'onde lumineuse rencontre un obstacle[10] mais les effets de la lumière ne sont pas toujours manifestement observables. Il a été établi qu'en hautes fréquences, la diffraction reste un phénomène local. Elle ne dépend donc que des caractéristiques de la surface de l'obstacle et de l'onde incidente au voisinage du point de diffraction.

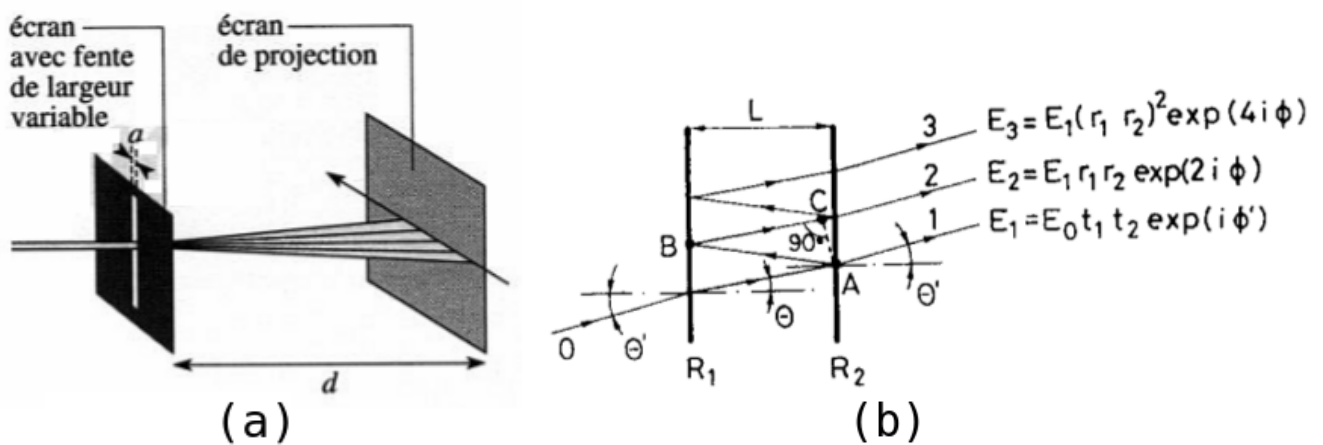


FIGURE 1.8 – (a) Diffraction d'un faisceau laser par une fente fine, (b) Réflexion et transmission multiple dans l'interféromètre de Perot-Fabry.

La figure (1.8) illustre les phénomènes de réflexion et de transmission du champ. A la sortie du résonateur, le champ transmis a pour amplitude [11] :

$$E_t = E_i t_1 t_2 [1 + r_1 r_2 e^{i\phi} + (r_1 r_2 e^{i\phi})^2 + \dots] e^{-i\phi/2} \quad (1.39)$$

où ϕ est le déphasage de l'onde après un aller retour dans la cavité. Sous incidence normale ($\theta = 0$), on a : $\phi = 2Lk = \frac{4\pi L\nu}{c}$

Les racines carrées des coefficients de transmission : t_1, t_2 .

Les racines carrées des coefficients de réflexion : r_1, r_2 .

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les caractéristiques de certains types de cavités lasers, faisant apparaître les conditions de stabilité. Nous avons vu que cette stabilité se mesure par le meilleur compromis entre la forme des miroirs, la longueur de la cavité et la longueur qu'elle offre au milieu actif afin qu'une onde paraxiale puisse se propager dans celui-ci. Nous avons également décrit les modes propres transversaux et longitudinaux de la cavité. Pour résumer, parmi tous les photons spontanés émis au départ par le milieu amplificateur, la cavité sélectionne un pinceau de lumière particulier (une onde gaussienne) et le nombre de photons portés par ce pinceau est amplifié par le processus d'émission stimulée existant à chaque aller et retour. Ce faisceau peut avoir une divergence très faible. Il peut également être focalisé sur des surfaces très petites moyennant des optiques adaptées.

Chapitre 2

Équations intégrales et diffraction optique

2.1 Introduction

Dans ce chapitre on s'intéresse aux effets de diffraction dus aux dimensions finies des miroirs de la cavité ouverte. Nous utilisons l'intégrale de Fresnel-Kirchhoff et l'approximation paraxiale, pour écrire les équations intégrales qui permettent de calculer les modes propres et les valeurs propres de la cavité optique. La théorie classique des résonateurs de dimension finie donne seulement la solution analytique approximative de ces équations pour les résonateurs plan-plan et confocal (circulaire ou rectangulaire). Dans le cas général, le calcul numérique s'avère nécessaire pour donner les solutions exactes de ces équations [12].

2.2 La diffraction de Fresnel

En optique et en électromagnétisme, la diffraction de Fresnel, encore nommée diffraction en champ proche ou approximation de Fresnel, est une description en champ proche du phénomène physique de diffraction qui apparaît lorsqu'une onde diffracte à travers une ouverture ou autour d'un objet comme le montre la figure (2.1) [13]. Elle doit prendre en compte la courbure du front d'onde, afin de rendre compte correctement le terme de phase des ondes interférentes en champ proche (voir principe de Huygens). Elle s'oppose à la diffraction de Fraunhofer qui décrit le même phénomène de diffraction mais en champ lointain.

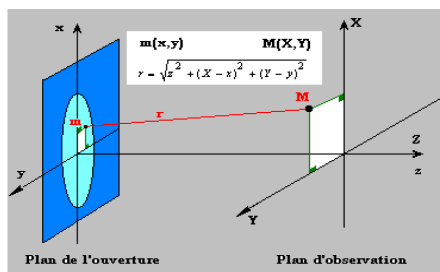


FIGURE 2.1 – Principe de Huygens-Fresnel.

2.3 Diffraction optique dans l'approximation paraxiale

Considérons une onde monochromatique dans l'approximation dite scalaire où les champs sont uniformément polarisés (par exemple linéairement ou circulairement). Le champ électrique de l'onde peut être décrit par une valeur scalaire :

$$U'(x, y, t) = U(x, y)e^{-j\omega t} \quad (2.1)$$

où l'amplitude complexe $U(x, y)$ doit satisfaire l'équation d'onde sous forme scalaire donnée par l'équation (1.12) $(\Delta + k^2)U = 0$. Une solution intégrale pour l'amplitude du champ peut être obtenue en utilisant l'intégrale de Fresnel Kirchhoff qui est donnée par le principe de Huygens et Fresnel.

Principe de Huygens et Fresnel

On peut montrer (avec beaucoup de mathématiques...) que ce « principe » découle en fait des équations de Maxwell. On peut cependant les traduire sous une forme intégrale. Le champ de Fresnel relevé par une ouverture illuminée A est donné par l'intégrale de surface (2.2) comme le montre la figure (2.2) [1] :

$$U_{q+1} = \frac{jk}{4\pi} \int_A U_q \frac{e^{-jkR}}{R} (1 + \cos \theta) dA \quad (2.2)$$

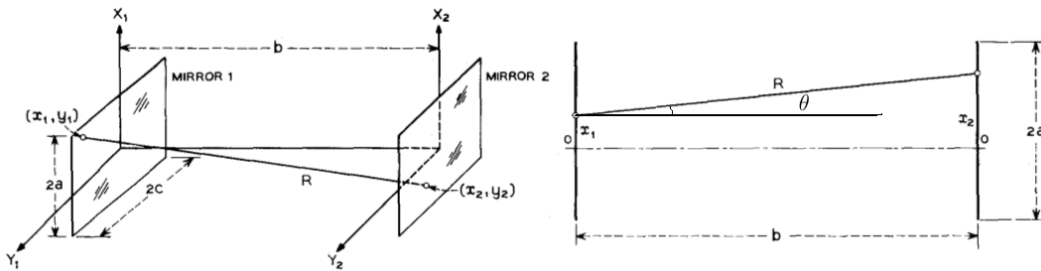


FIGURE 2.2 – La géométrie rectangulaire des miroirs plan.

avec : $R = \sqrt{b^2 + (y_1 - y_2)^2 + (x_1 - x_2)^2}$,

En considérant les dimensions des deux miroirs $-a < x_1 < +a$ et $-c < y_1 < +c$, l'équation (2.2) nous donne :

$$U_{q+1}(x_2, y_2) = \frac{jk}{4\pi} \int_{-a}^a \int_{-c}^c U_q(x_1, y_1) \frac{e^{-jkR}}{R} (1 + \cos \theta) dx_1 dy_1 \quad (2.3)$$

Sachant que : $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\cos \theta = \frac{b}{R}$, $j = e^{\frac{j\pi}{2}}$, la nouvelles expression de $U_{q+1}(x_2, y_2)$ s'écrit :

$$U_{q+1}(x_2, y_2) = \frac{j}{2\lambda} \int_{-a}^a \int_{-c}^c U_q(x_1, y_1) \frac{e^{-jkR}}{R} \left(1 + \frac{b}{R}\right) dx_1 dy_1 \quad (2.4)$$

Dans l'approximation d'onde paraxiale, l'onde est considérée en propagation à petit angle, dans la direction z . Dans ce cas, on peut écrire :

$$U(x, y) = u(x, y)e^{-jkb} \quad (2.5)$$

$$\nabla_{\perp}^2 - 2jk \frac{\partial U}{\partial z} = 0 \quad (2.6)$$

où $\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$. L'équation (2.6) est l'équation d'onde paraxiale. Dans cette approximation b/a et b/c sont supposés grand et $|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2| \ll b$ [1], de telle sorte que l'équation (2.4) peut se simplifier en reconsidérant l'expression de R [14] et prendre $\cos\theta = 1$ [6] dans le facteur d'amplitude de l'onde sphérique.

Partons de : $R = (b^2 + (y_1 - y_2)^2 + (x_1 - x_2)^2)^{1/2}$,

$$R = (b^2(1 + \frac{(y_1 - y_2)^2}{b^2} + \frac{(x_1 - x_2)^2}{b^2}))^{1/2} \Rightarrow R = b + \frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}{2b}$$

Si l'on considère $r^2 = (y_1 - y_2)^2 + (x_1 - x_2)^2$ tel que $b \gg r$, et que les deux miroirs sont de mêmes dimensions i.e. $c=a$, $\Rightarrow r^2 \ll b^2$ [14], U_{q+1} se simplifie comme :

$$U_{q+1}(x_2, y_2) = \frac{j}{2\lambda} \int_{-a}^a \int_{-c}^c U_q(x_1, y_1) \frac{e^{-jk(b + [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]/2b)}}{b(1 + \frac{r^2}{2b^2})} dx_1 dy_1 \quad (2.7)$$

$$U_{q+1}(x_2, y_2) = \frac{je^{-jkb}}{\lambda b} \int_{-a}^a \int_{-c}^c U_q(x_1, y_1) e^{-jk[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]/2b} dx_1 dy_1 \quad (2.8)$$

En considérant l'expression (2.5) de U_{q+1} , il vient

$$u_{q+1}(x_2, y_2) = \int_{-a}^a \int_{-c}^c U_q(x_1, y_1) K(x_2, x_1; y_2, y_1) dx_1 dy_1 \quad (2.9)$$

où le Kernel de cette équation est défini par :

$$K(x_2, x_1; y_2, y_1) = \frac{j}{\lambda b} e^{-jk[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]/2b} \quad (2.10)$$

Les indices 1 et 2 désignent les coordonnées sur les réflecteurs un et deux respectivement [15]. Ce problème a été simplifié en supposant que les modes normaux rendent les fonctions propres séparables sur la surface d'intégration [16]. L'équation $\psi(x, y) = \psi(x)\psi(y)$ définit pour $\psi(x, y)$, peut maintenant être résolue en utilisant deux équations à une dimension pour $\psi(x)$ et $\psi(y)$. De plus il existe trois types d'orthogonalité pour les fonctions propres de l'équation de Fredholm homogène donnée ci-dessus [17]. Le type d'orthogonalité pour une équation intégrale donnée dépend de la nature du kernel qui peut être réelle ou complexe. Ces kernels représentent les matrices de diffusion des réflecteurs d'extrémité [18]. Si le kernel est hermitien, c-à-dire symétrique et égal à son conjugué complexe, $K(x_1, x_2) = \overline{K(x_2, x_1)}$, alors les valeurs propres sont toutes réelles et les fonctions propres sont orthogonales au sens hermitien. La barre supérieure signifie le terme conjugué. Ces fonctions propres forment un ensemble complet de fonctions orthogonales satisfaisant la condition [16] :

$$\int_{x_1}^{\overline{x_2}} \psi_m(x) \psi_n(x) dx = 0 \quad (2.11)$$

avec : $m \neq n$

$$\int_{x_1}^{\overline{x_2}} \overline{\psi_m(x)} \psi_n(x) dx = 0 \quad (2.12)$$

Le kernel qui possède seulement la symétrie mais pas le conjugué l'égalité, aboutit à une orthogonalité non-hermitienne pour les fonctions propres. Les valeurs propres dans ce cas sont complexes

à moins que le kernel lui-même soit réel. Ces fonctions propres ne forment pas un espace complet orthogonal, et l'orthogonalité est définie comme :

$$\int_{x_1}^{\bar{x}_2} \psi_m(x) \psi_n(x) dx = 0 \quad (2.13)$$

De plus il est possible de séparer le kernel $K(x_2, x_1; y_2, y_1)$ en $K_x K_y$:

$$K_x = \frac{e^{j\pi/4}}{\sqrt{\lambda b}} e^{-jk(x_1-x_2)^2/2b} \quad (2.14)$$

$$K_y = \frac{e^{j\pi/4}}{\sqrt{\lambda b}} e^{-jk(y_1-y_2)^2/2b} \quad (2.15)$$

Par analogie à l'équation (2.4), (2.8) on peut la réécrire sous la forme unidimensionnelle comme suit :

$$u_{q+1}(x_2) = \frac{e^{j(\pi/4)}}{2\sqrt{\lambda}} \int_{-a}^a u_q(x_1) \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \left(1 + \frac{b}{\rho}\right) dx_1 \quad (2.16)$$

avec : $\rho = \sqrt{b^2 + (x_1 - x_2)^2}$ On définit v par :

$$v = \gamma \int_A K v dS \quad (2.17)$$

$$v(x_2) = \gamma \int_{-a}^a K(x_2, x_1) v(x_1) dx_1 \quad (2.18)$$

Si le kernel n'est ni symétrique ni hermitien, la relation d'orthogonalité implique le problème adjoint hermitien. L'équation originale et le problème adjoint sont donnés par l'équation suivante :

$$\gamma \psi(x_2) = \int_{x_1}^{\bar{x}_2} K(x) \psi_n(x) dx \quad (2.19)$$

Les valeurs propres pour l'ensemble des équations sont des conjugués complexes l'un de l'autre ; cette étude a été appliquée à l'équation intégrale relative à une cavité dont les miroirs sont plans de forme carrée. Ces miroirs sont identiques de côté latérale $2a$ et séparés par une distance b . Dans le cas où $a^2/b\lambda \ll (b/a)^2$, le kernel de cette équation prend une forme simplifiée valable aux fréquences optiques [1], dont il est possible de résoudre l'équation intégrale avec une méthode numérique adéquate(2.20). Cette nouvelle forme du kernel est donnée par :

$$K(x_2, x_1) = \frac{e^{j\pi/4}}{\sqrt{\lambda b}} e^{-jk(x_1-x_2)^2/2b} \quad (2.20)$$

$$d'ou : U_{q+1}(x_2) = \frac{e^{j(\pi/4-kb)}}{\sqrt{b\lambda}} \int_{-a}^a U_q(x_1) e^{-jk(x_1-x_2)^2/2b} \quad (2.21)$$

Ce kernel est symétrique mais pas égal à son complexe conjugué, c'est donc un kernel non hermitique. Les solutions obtenues sont orthogonales au sens non-hermitien. Partant d'une distribution initiale arbitraire U_0 sur un miroir, on peut calculer la distribution initiale arbitraire U_1 après un

aller-retour U_1 . Cette nouvelle répartition aux conditions initiales pour l'itération suivante. Par une méthode itérative et après un nombre suffisant de transits, on obtient :

$$U_{q+1} = \gamma U_q \quad (2.22)$$

Où γ est la valeur propre qui est la solution recherchée physiquement. Les itérations successives représentent les différents allers-retours du faisceau entre les miroirs. Si on injecte une fonction symétrique U_0 , on obtiendra le mode pair de plus faible perte, et si on injecte une fonction antisymétrique U_0 , c'est le mode impair de plus faible perte qu'on obtiendra [19]. L'équation intégrale qui a été sélectionnée pour cette étude décrit le comportement de résonance d'une cavité de Fabry-Pérot avec une paire identique de réflecteurs plans carrés. Les pertes pour ce type de cavité ont fait l'objet de précédentes études effectuées par Fox et Li [1], pour être une fonction du nombre de Fresnel N , donnée par : $N = \frac{a^2}{b\lambda}$. Ces résultats nous ont permis de vérifier la fiabilité de nos codes établis pour la réalisation de nos simulations.

Par conséquent, la valeur propre correspondante sera indiquée par γ . D'après la discussion ci-dessus, on voit que les valeurs propres γ sont telles que $|\gamma|^2$ donne le facteur par lequel l'intensité du faisceau est modifiée à la suite d'un aller-retour. Puisque ce changement est dû à des pertes de diffraction, il faut alors avoir $\gamma^2 < 1$ ainsi, la quantité $1 - |\gamma|^2$ donne la perte de puissance fractionnaire aller-retour due à la diffraction [6].

2.4 Conclusion

L'équation homogène de Fredholm ou les équations intégrales ont été traitées dans le but d'étudier la diffraction d'une onde laser dans le résonateur de Fabry-Perot.

Les distributions transversales du champ des modes du résonateur sont données par les fonctions et les valeurs propres des équations intégrales, comme nous l'avons mentionné précédemment. Jusqu'à maintenant il n'y a pas de solutions analytiques exactes qui sont obtenues, mais il y a des expressions analytiques approchées et des méthodes numériques utilisées pour décrire les champs du résonateur stable avec ces équations intégrales.

Chapitre 3

Travail réalisé

3.1 Partie théorique

3.2 Introduction

Les théories des interaction rayonnement-matière ont permis d'évaluer la variation du nombre de photons résultant de l'absorption et de l'émission stimulée. Pour décrire l'évolution globale du flux de photons, il nous faut maintenant tenir compte des pertes dans la cavité (pertes de photons). En effet, le piège à lumière que constitue la cavité ne peut être parfait et il existe de nombreux phénomènes comme l'absorption¹, la diffusion², la transmission qui sont source de pertes. Ces pertes ont été introduites d'une manière phénoménologique pour la modélisation de laser. On va décrire dans ce chapitre, plus en détail, les processus qui induisent une décroissance du champ. Les pertes nuisibles qui proviennent des résonateurs ont trait à la rétroaction aux pertes par diffraction.

3.3 Pertes par absorption, diffusion et transmission

Les miroirs de la cavité engendrent des pertes soit par transmission, soit par absorption ou encore par diffusion. Les pertes par absorption sur les miroirs sont généralement négligeables. Les éléments optiques ainsi que le milieu actif placés dans une cavité laser sont également générateurs de pertes. Cependant on peut citer par exemple les pertes par diffusion liées aux variations d'indice des fenêtres d'étanchéité des laser à gaz ou dans le milieu actif des lasers à solides. Des pertes par absorption dans le milieu actif sont présentes mais généralement négligeables. Les pertes dues à la transparence d'un des miroirs (pertes par transmission) sont, par opposition aux autres types de perte, qualifiées de pertes utiles. Elle permettent en effet de faire sortir une partie de rayonnement vers l'extérieur de la cavité! Il existe une valeur du coefficient de transmission T qui permet d'optimiser la valeur de l'intensité en sortie du laser.

1. Au niveau des photons (quanta de lumière), l'absorption représente le phénomène par lequel l'énergie d'un photon est prise par une autre particule, par exemple un atome dont les électrons de valence effectuent une transition entre 2 niveaux d'énergie électronique. Le photon est alors détruit par l'opération, l'énergie électromagnétique est absorbée et transformée en énergie électronique.

2. est le phénomène par lequel un rayonnement, comme la lumière, le son ou un faisceau de particules, est dévié dans diverses directions par une interaction avec d'autres objets.

3.4 Pertes par diffraction

On sait que le rayonnement laser est un faisceau dont la structure, non limitée transversalement, présente un profil gaussien. Les miroirs de la cavité sont d'ouverture finie et ne peuvent pas réfléchir en totalité le rayonnement laser. Les pertes d'énergie qui en résultent sont appelées pertes par diffraction. On peut aussi noter que des éléments d'ouverture finie placés à l'intérieur de la cavité, peuvent engendrer des pertes de même type.

3.4.1 La notion d'amplitude et de phase

L'amplitude est le complément de la fréquence pour définir une onde, le plus souvent il s'agit de l'écart maximal par rapport à la valeur médiane (qui est aussi la valeur moyenne si la variation est symétrique). Cette définition diffère du langage courant, dans lequel l'amplitude désigne généralement l'écart entre les valeurs extrêmes d'une grandeur. Cependant en mécanique quantique, on appelle aussi le terme amplitude de probabilité un vecteur composé d'un module et d'une phase, qui peut être représenté par un nombre complexe (deux coordonnées). Par contre la phase indique la situation instantanée dans le cycle d'une grandeur qui varie périodiquement. D'après la définition mathématique, la phase est une grandeur exprimée en radians, tout comme la différence de phase. Toutefois, et toujours en rapport avec le type de signal et la mesure effectuée, la différence de phase peut être exprimée relativement à une longueur ou à une durée.

3.5 Application des méthodes numériques aux équations intégrales

Toute l'étude réalisée est axée sur l'étude des effets de diffraction selon un seul sens perpendiculaire à la direction de propagation. Notre première étude a consisté en l'application des codes établis pour résoudre l'équation (2.16) et l'équation (2.21), concernant un interféromètre de Fabry-Pérot à deux miroirs identiques de forme carrée de côté $2a = 50\lambda$. La distance séparant ces miroirs est $b = 100\lambda$. Le nombre de Fresnel correspondant est $N = 6.25$. En implémentant les codes définis en annexe (A), on obtient l'amplitude relative ainsi que la phase après un transit. Le résultat est illustré sur la figure (3.1).

3.6 Résultats et discussion

3.6.1 Le profil d'amplitude et de phase pour un seul aller-retour

Un premier résultat important est que la description de l'onde optique montre bien que la solution, c'est-à-dire des profils du champ qui se reproduisent après un aller-retour, existent aussi pour les résonateurs instables .

- La figure (3.1a) est un exemple typique de tracé calculé d'amplitude en fonction de la coordonnée transversale $X=x/a$, qui se reproduit après un aller-retour. Le calcul concerne un résonateur rectangulaire dont on représente un profil d'amplitude qui se réfère au champ aux bords et au centre des miroirs plans, son faisceau laser se propageant du premier miroir vers l'autre miroir à l'intérieur du résonateur. La figure (3.1b) illustre la variation de la phase correspondante en fonction de la coordonné transversale x .
- En partant du miroir 2, l'onde sphérique de propagation ne proviendra que de la partie du faisceau de la figure (3.1a) pour laquelle $N = \frac{a^2}{b\lambda} = 6.25$. En réalité, la partie restante du faisceau s'échappe autour du miroir 2 pour former le faisceau de sortie. La partie restant dans le résonateur, après propagation sur un aller-retour, produira à nouveau, par l'effet combiné de la divergence sphérique et de la diffraction du faisceau.
- L'amplitude du profil du faisceau après un aller-retour sera évidemment inférieure à la valeur d'origine en raison de la perte représentée par la partie du faisceau qui a été couplé en miroir 2 [6]. Il convient de noter que le profil d'amplitude du faisceau de la figure (3.1a) est très différente de la valeur constante supposée dans la théorie de l'optique géométrique. Cette différence est due à la diffraction sur le chemin, en particulier à partir des bords du miroir 2. En effet, on voit d'après la figure (3.1b), que la phase s'avère être remarquablement similaire dans les deux cas. La présence des pic signifie la présence de différents modes propres.

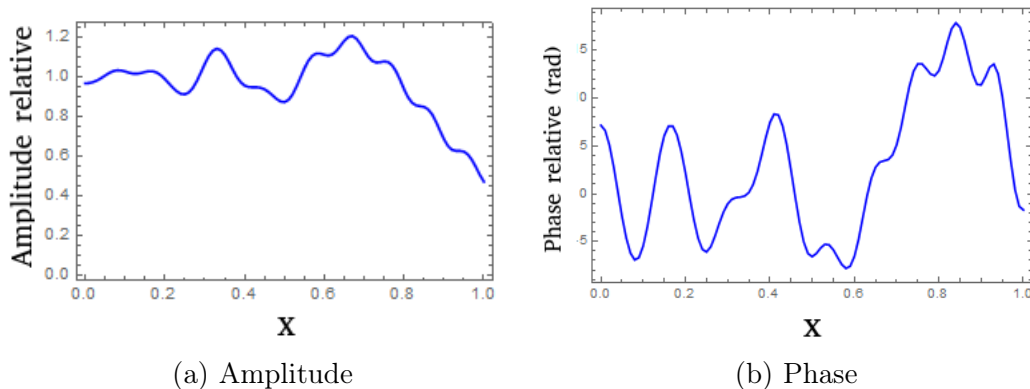
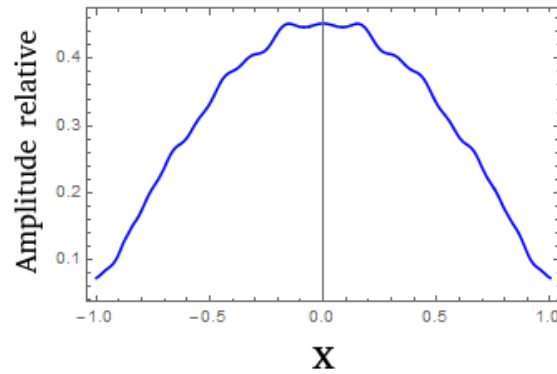


FIGURE 3.1 – L'évolution de d'amplitude et la phase au cours d'un seul aller-retour dans la cavité Fabry-Perrot.

3.6.2 Le profil symétrique d'amplitude pour 300 transits

- Contrairement à un seul aller-retour l'amplitude ici subit de faibles pertes et la décroissance est plus rapide après les 300 transits, ce qui n'est pas le cas pour un seul transit dans le résonateur. L'aspect symétrique montre que ce qui se passe dans le coté négatif de la coordonnée transversale x est le même que le coté des x positifs.

FIGURE 3.2 – Le profil d'amplitude en fonction de x après 300 aller-retour.

3.7 Étude du comportement d'une onde laser après 300 transits

L'équation (2.16) a été utilisée pour le calcul numérique, en utilisant une excitation initiale d'une onde plane uniforme au premier miroir. En considérant le nombre de Fresnel $N = \frac{a^2}{b\lambda} = 6.25$, prenant les dimensions des miroirs $a = 25\lambda$ et $b = 100\lambda$. Après 300 transits, l'intensité du champ (électrique ou magnétique) ainsi que sa phase ont été déterminés et représentés sur la figure (3.3). L'évolution de ces entités calculées est en parfait accord avec ceux obtenus par qui A. G. Fox, et Tingye Li en 1960.

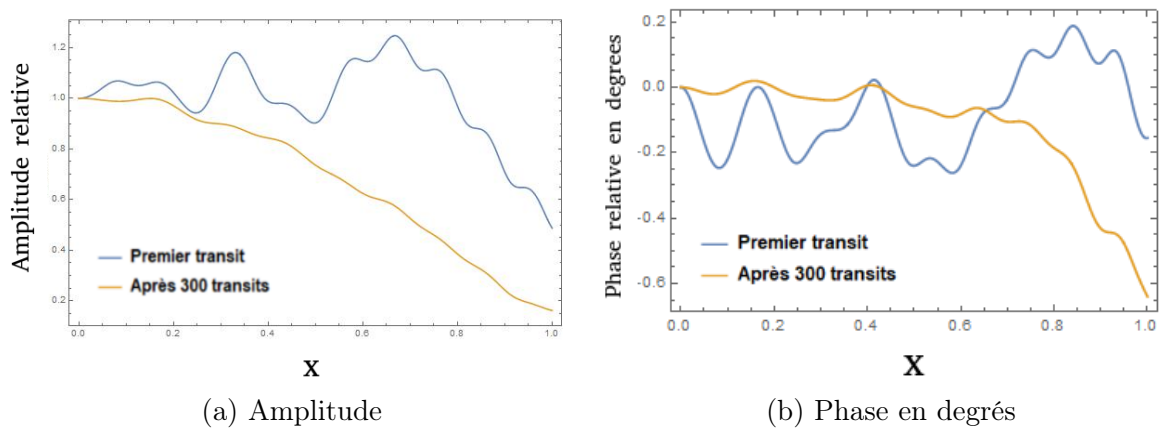


FIGURE 3.3 – Distribution relative de la phase de l'intensité du champ pour les miroirs à bande infinie, (l'onde initialement lancée a une distribution uniforme.)

- Dans ces distributions d'amplitude et de phase, les courbes (3.3) sont normalisées de telle sorte que l'amplitude maximale soit égale à l'unité à l'origine et que la phase soit nulle en ce point.

- Les grandes ondulations sont dues au fait que le front d'onde initial contient 6,25 zones de Fresnel vues du centre du second miroir. Par conséquent, en passant du centre au bord du deuxième miroir, il y a un changement de $3 * 6,25$ zones de Fresnel, ce qui est en accord avec le nombre d'inversions de courbure observées dans la distribution d'amplitude.
- Avec les transits suivants, ces ondulations deviennent plus petites, l'amplitude au bord du miroir diminue et les distributions de champ relatives s'approchent d'un état stable. Au moment où l'ondulation avait fait trois cents rebonds, les fluctuations du rebond au rebond étaient inférieures à 0,03
- La distribution du champ dans le résonateur de dimension finie n'est pas constante, car, après plusieurs allers-retours dans la cavité, la diffraction fait diminuer progressivement l'intensité aux bords des deux miroirs; mais elle prend sa valeur maximum au centre des miroirs. Ce phénomène est vérifié et illustré sur la figure (3.3)[4].
- **Sur la figure (3.4) sont montrées les fluctuations de l'amplitude** du champ à $x=0,4a$ en fonction du nombre de transits.
- Le point ($X = 0.4a$ ou $x=0.4$) se rapproche de sa valeur normalisée en régime permanent après un démarrage à partir d'une onde plane uniforme. A partir du 100 ième aller-retour, la fluctuation semble être une onde sinusoïdale amortie (3.4b).

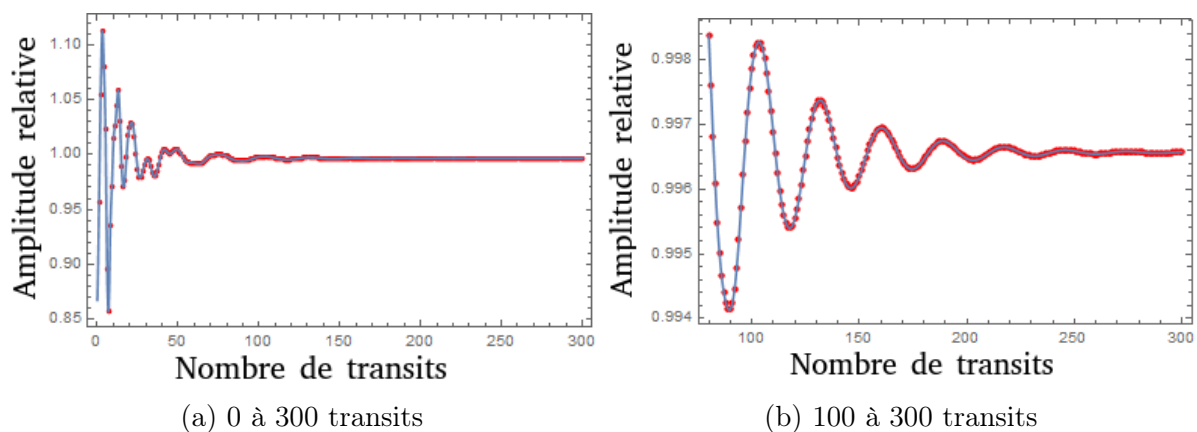


FIGURE 3.4 – Fluctuation de l'amplitude du champ à $x=0.4a$ en fonction du nombre de transits. (L'onde initialement lancée a une distribution uniforme).

- Nous interprétons cette oscillation amortie comme le battement entre deux modes normaux ayant des vitesses de phase différentes. Le mode avec l'atténuation la plus faible, bien sûr, survit le plus longtemps, et c'est celui qui est montré sur la figure (3.4). Nous considérons ceci comme le mode dominant de l'interféromètre. Nous constatons que l'autre mode qui bat avec le mode dominant est le mode d'ordre supérieur, même symétrique.
- Avant le 100 ième aller-retour, la courbe est irrégulière, ce qui indique qu'il existe un certain nombre de modes d'ordre encore plus élevé qui sont amortis rapidement [1].

3.8 L'effet du nombre de Fresnel

3.8.1 L'influence du nombre de Fresnel sur le comportement de l'onde laser

- La figure (3.5) représente le fait qu'une onde se diffracte à travers une ouverture, à différents nombres de Fresnel qui correspondent à une distance b entre les deux miroirs, le caractère ondulatoire de la lumière se manifeste et il apparaît des oscillations autour des deux bords des miroirs. Ces oscillations vont progressivement s'élargir.

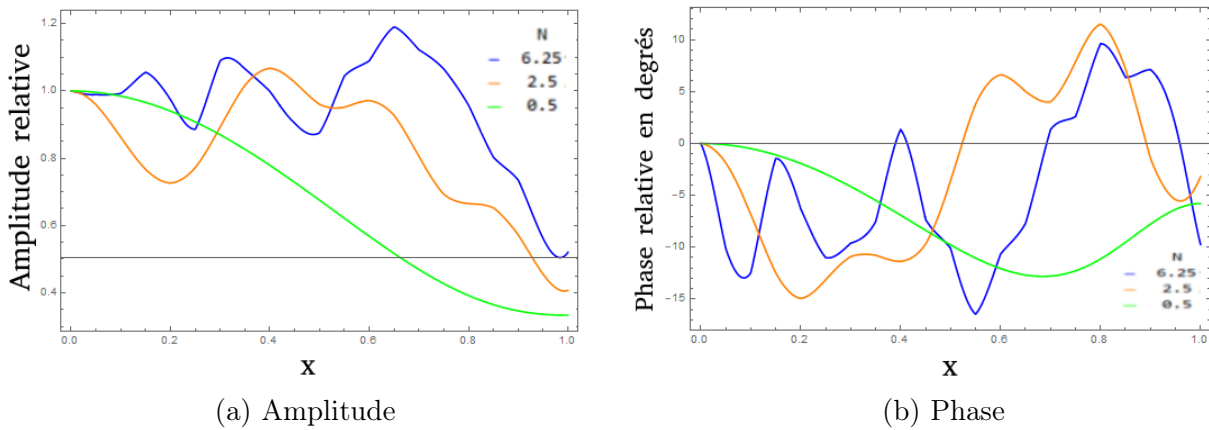


FIGURE 3.5 – Distribution relative de l'amplitude (a) et de la phase (b) de l'intensité du champ pour les miroirs à bande infinie, pour un seul transit et pour différents nombres de Fresnel.

- La considération de différentes valeurs du nombre de Fresnel revient à considérer différentes valeurs de a , ou b . En fait, à chaque valeur entière du nombre de Fresnel équivalent correspond un mode différent et distinct qui devient "l'ordre le plus bas", c'est-à-dire le mode de perte la plus faible.

En raison de la symétrie du système des miroirs en coordonnées rectangulaires, pour une inversion des signes des coordonnées transversales, les valeurs propres sont des conjugués complexes les unes des autres [15]; c'est-à-dire qu'ils ont les mêmes pertes pour $x = -x$. Ce phénomène est montré sur les figures (3.6), (3.7).

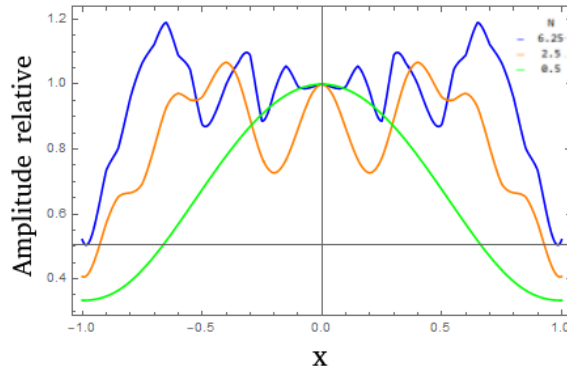


FIGURE 3.6 – Distribution relative de l’amplitude de l’intensité du champ pour les miroirs à bande infinie, pour un seul transit et pour différents nombre de Fresnel.

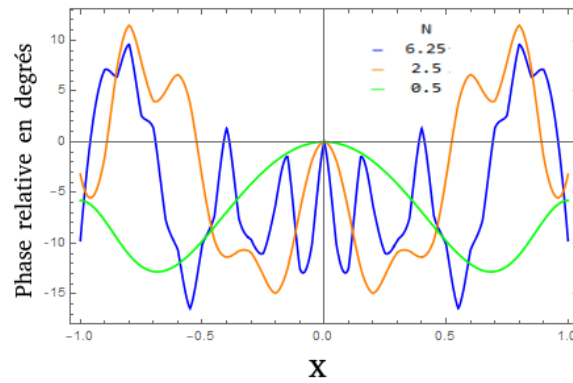


FIGURE 3.7 – Distribution relative de phase de l’intensité du champ pour les miroirs à bande infinie, pour un seul transit et pour différents nombre de Fresnel.

3.8.2 Influence du nombre de Fresnel sur le comportement de l’onde laser après 300 transits

L’analyse suivante consiste à effectuer la même étude que précédemment en utilisant l’équation (2.21), pour différentes valeurs du nombre de Fresnel après 300 transits. Cependant, si $a^2/b\lambda$ est très petit devant $(b/a)^2$, les dimensions réelles des miroirs et leur espacement ne sont plus importants [1], le seul paramètre important étant le nombre de Fresnel $N = a^2/b\lambda$.

- Le nombre de Fresnel est approximativement égal au nombre de zones de Fresnel observées dans un miroir à partir du centre de l’autre miroir, et comme indiqué précédemment, il détermine le nombre d’ondulations dans les distributions de champ.
- Les distributions d’amplitude et de phase pour le mode dominant obtenues en résolvant (2.21) sont montrées sur la (3.8) pour différentes valeurs de N . Plus N est grand, plus l’intensité du champ diminue moins faible au bord du miroir et plus la puissance des pertes est faible.

- Les figures (3.8a, 3.8b) montrent que la perte diminue en fait à mesure que le nombre de Fresnel augmente [1].
- Pour le mode le plus bas, l'amplitude sur les bords est plus petite que sur l'axe. La figure (3.8a) montre que l'intensité du champ au bord du miroir est plus petite pour un plus grand nombre de Fresnel. Cependant, les distributions d'amplitude sont presque les mêmes que celles d'un nombre de Fresnel suffisamment grand qui signifie que la propagation des ondes de courtes longueurs d'onde est très directionnelle alors que les ondes de grandes longueurs d'onde souffrent du diffraction [15].

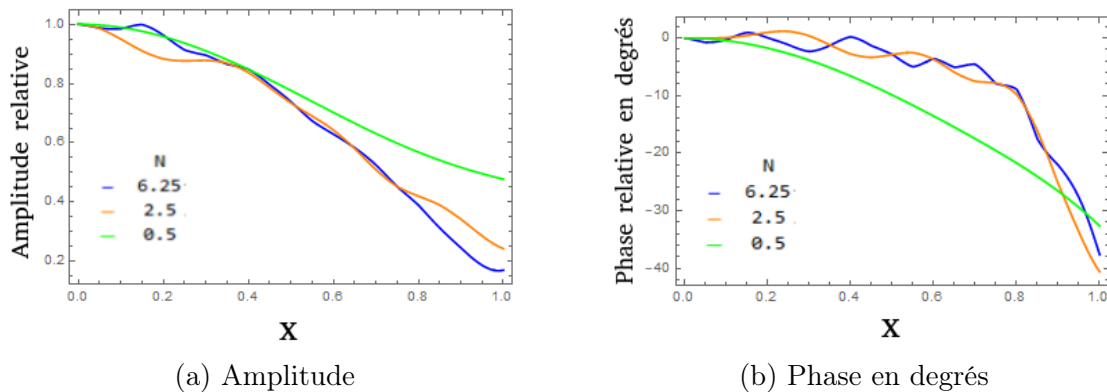


FIGURE 3.8 – Distribution relative de la phase de l'intensité du champ pour les miroirs à bande infinie après certains nombres de transits pour différents nombre de Fresnel.

3.9 L'effet du nombre d'aller-retour

3.9.1 L'influence du nombre de transits sur le comportement de l'onde laser

Contrairement à beaucoup d'autres méthodes qui étaient complexes et difficiles à suivre, la méthode d'itération était simple et donnait de bons résultats. Cependant, la caractéristique indésirable de cette méthode est sa convergence lente vers la valeur de l'état stationnaire qui nécessite un temps de calcul considérable. Afin d'examiner en permanence la nature de la convergence pour la fonction propre, les valeurs itérées pour différents points sur les miroirs ont été imprimées après chaque itération, et ont été retracées grâce au logiciel Matlab. Ce processus d'itération a donné une fonction propre correcte après environ 300 itérations. La convergence du processus d'itération est représenté sur les figures (3.9), (3.10), (3.11).

A/ L'amplitude relative de la distribution de l'intensité du champ

La figure (3.9a) a été tracée pour les cents points de la coordonnée transverse x , par contre la figure (3.9 b) a été tracée pour les 11 points de la coordonnée transverse.

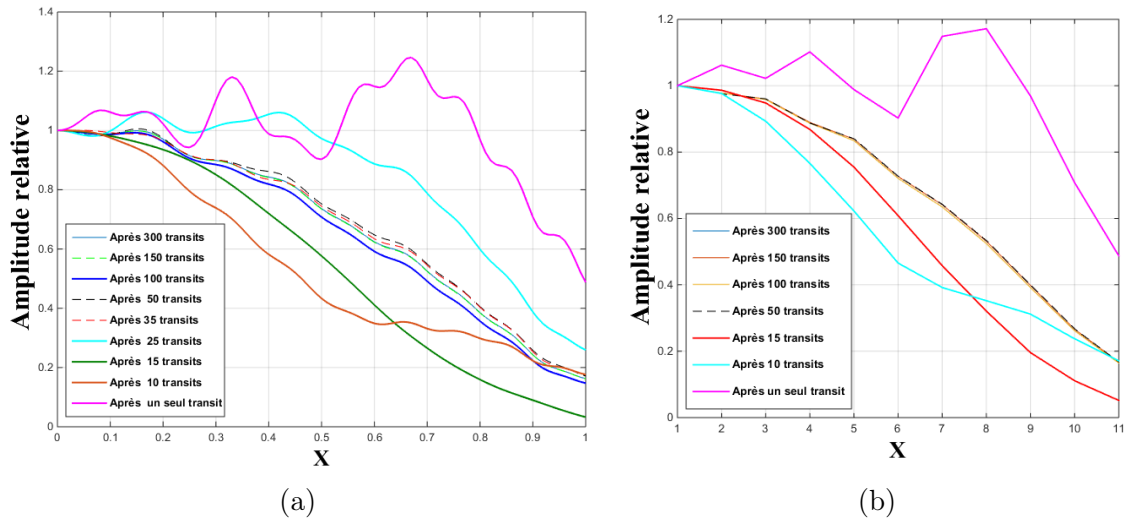


FIGURE 3.9 – Distribution relative de la phase de de l'intensité du champ pour les miroirs à bande infinie après certains nombres de transits pour différents nombre de Fresnel.

- La figure (3.9) représente le comportement d'amplitude en fonction de x en faisant varier le nombre d'itérations pour les miroirs plans à bande infinie, dont on remarque que l'amplitude atteint sa valeur maximum au centre du miroir.
- Un résultat remarquable est que, plus on augmente le nombre d'itération plus l'amplitude converge vers une valeur minimale.
- Cependant, il est bien de noter qu'à plus grand nombre d'itération, c'est-à-dire à plus grand nombre d'aller-retour dans le résonateur Fabry-Perrot l'onde subit de faibles pertes. En effet les pertes par diffraction dans une cavité optique se réduisent en effectuant un nombre considérable d'aller-retour.

B/ La phase relative de la distribution de l'intensité du champ

De même pour la phase relative, les deux figures (3.10 a), (3.10 b) ont été tracées pour les cents points de la coordonnée transverse x , par contre les figures (3.11 a), (3.11 b) ont été tracées pour les 11 points de la coordonnée transverse.

- Le comportement oscillatoire diminue au fur et à mesure que le nombre d'itérations augmente[16]. Les premières itérations ont subi des changements considérables par rapport à la fonction qui a été choisie pour être une constante réelle. L'erreur aux bords est de plus en plus faible lorsque la fonction s'approche de la valeur de l'état stationnaire.
- Les modes d'un miroir plan ont une phase qui est ni constante ni uniforme sur le miroir. Cela ne signifie pas qu'il est impossible d'espacer les miroirs pour la résonance de l'ensemble du modèle de champ. En fait, le retard de phase pour un transit est le même pour chaque point sur le front d'onde. Par conséquent, si les plaques sont séparées par la distance b plus une quantité supplémentaire pour le déphasage par passage du mode souhaité, ce

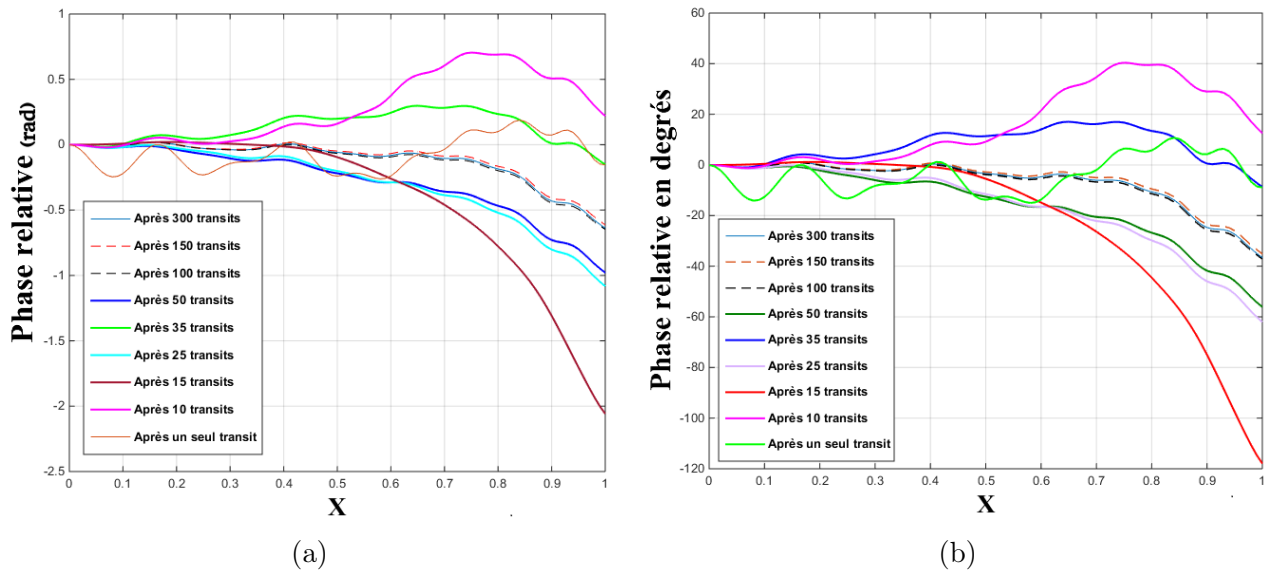


FIGURE 3.10 – Distribution relative de la phase de l'intensité du champ en fonction du nombre de transits pour les cents points.

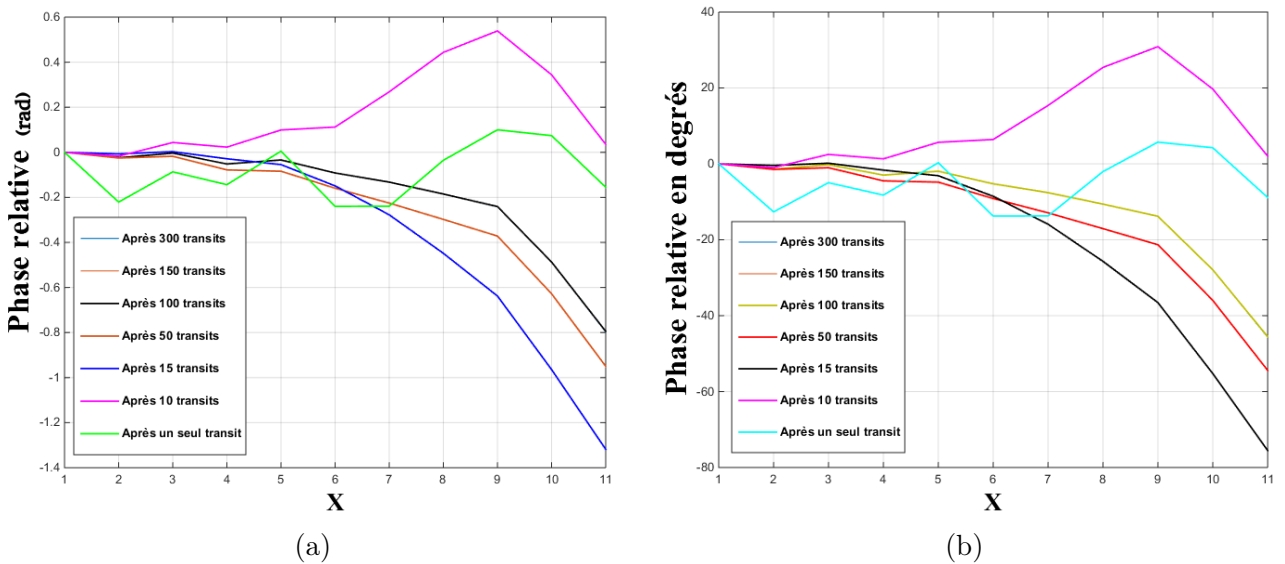


FIGURE 3.11 – Distribution relative de la phase de l'intensité du champ en fonction du nombre de transits pour les 11 points.

mode devrait résonner dans l'interféromètre. Les autres modes ne devraient pas résonner pour cette séparation, car ils ont des déphasages différents par transit.

3.10 Les pertes de la cavité

Pour un résonateur ou cavité ouverte tous, les modes souffrent de pertes qui résultent de nombreuses causes parmi lesquelles on peut citer :

✓ Réflexion imparfaite des miroirs. Ceci est dû au fait qu'il est nécessaire d'extraire une partie de l'énergie de la cavité pour permettre une certaine transmission des miroirs. D'autre part les miroirs de sortie ne sont pas réfléchissants à 100 % malgré le traitement par couches multiples.

✓ Le milieu amplificateur ainsi que les miroirs et les autres éléments le constituant, peuvent eux aussi absorber ou diffuser la lumière à l'intérieur de la cavité.

✓ L'onde électromagnétique est diffractée par les bords des miroirs de la cavité, ces pertes dépendent en conséquence de la dimension des miroirs et de la distance les séparant, ainsi que de leurs rayons de courbure.

3.11 Conclusion

On peut démontrer mathématiquement (mais avec des difficultés) que l'équation intégrale a des solutions. Mais en revanche on ne connaît pas de solutions analytiques et on doit chercher des solutions numériques. Un ensemble de calculs numériques nous a permis de remonter aux résultats escomptés à travers l'évaluation des amplitudes et des phases en fonction du nombre de transit. Les calculs qui ont été faits dans cette étude sur le comportement de l'onde laser oscillant dans une cavité Fabry-Perrot ont montré que : les pertes par diffraction se réduisent avec l'augmentation du nombre Fresnel et le nombre d'itérations. Par conséquent ces résultats sont en très bon accord avec les résultats qui sont faites par A. G. Fox, et Tingye Li en 1960.

3.12 Conclusion générale

La cavité, élément clé d'un oscillateur optique, est essentielle pour obtenir une amplification efficace du rayonnement.

Les idées développées dans les chapitres précédents montrent que la cavité dépasse largement un simple rôle de réaction positive. Elle apparaît comme un "filtre" favorisant l'établissement d'un certain nombre de modes bien déterminés. Ce mécanisme de sélection est à la base des propriétés de cohérence du laser à la fois en directivité, en fréquence ainsi qu'en polarisation.

Les enjeux principaux de ce travail reposent surtout sur la diffraction et les équations intégrales, dont on a abordé des calculs itératifs en faisant appel aux fonctions propres d'essais avec les kernels appropriés. Ces intégrales ne peuvent pas être résolues par des méthodes analytiques directes, donc une solution numérique a été utilisée.

Les interféromètres de Fabry-Pérot, sont caractérisés par un ensemble discret de modes normaux pouvant être définis de manière itérative. Le mode dominant a une intensité de champ qui aura de faibles valeurs sur les bords des miroirs.

La discrimination des modes parmi les modes transversale d'ordre le plus bas dans n'importe quel résonateur avec un grand nombre de Fresnel, probablement si les pertes de diffraction sont petites comme dans un résonateur stable ou grandes comme dans un résonateur instable.

On retiendra aussi que la cavité sélectionne des modes de champ, ou modes propres de cavité, associés à des fréquences de résonance bien définies. L'étude du interféromètre Fabry-Perrot, présentée aux chapitres précédents, a montré que l'énergie stockée dans une cavité prend des valeurs significatives pour les modes qui sont en résonance, les autres modes subissant des pertes trop élevées. Notons de plus, la forte directivité du faisceau laser : l'axe de la cavité fixe la direction de propagation du faisceau. Pour toute autre direction de propagation, le rayonnement subit de fortes pertes. Notons enfin, que la cavité agit également comme un "filtre spatial". Les pertes par diffraction dépendent de l'ordre du mode ou encore de son extension spatiale transverse.

On avait vu aussi que la distribution du champ dans le résonateur de dimension finie n'est pas constante, parce-que, après plusieurs allers-retours dans la cavité, la diffraction fait diminuer progressivement l'intensité aux bords des deux miroirs, mais elle prend sa valeur maximale au centre des miroirs. De plus, les pertes par diffraction se réduisent plus avec l'augmentation du nombre de Fresnel et le nombre de transits.

Enfin, lorsque la fonction propre a entièrement convergé, son amplitude et sa phase relative prennent des valeurs quasi constantes même après des itérations supplémentaires. Les résultats obtenus sont en parfait accord avec les résultats d'études effectuées par A. G. Fox, et Tingye Li en 1960.

Bibliographie

- [1] Arthur G Fox and Tingye Li. "resonant modes in a maser interferometer". *Bell Labs Technical Journal*, 40(2) :453–488, 1961.
- [2] John Noé. "the laser teaching center at stony brook university". In *ETOP-2007, Ottawa (this conference)*, 2007.
- [3] <http://www.physique.ens-cachan.fr/laboratoire/experiences/fichiers/DiffractionFresnel.pdf>.
- [4] Ghania Bouhila. "etude des cavités optiques laser simple et en anneau avec et sans milieu amplificateur". 2008.
- [5] Yasmina Fedala. "*Étude d'une cavité Fabry Pérot haute finesse à quatre miroirs pour des applications de production de rayons X et gamma par interaction Compton laser-électrons*". PhD thesis, Université Paris Sud-Paris XI, 2008.
- [6] Orazio Svelto and David C Hanna. "principles of lasers". 1998.
- [7] Christian Delsart. "lasers et optique non linéaire". 2008.
- [8] <http://www-lpl.univ-paris13.fr/pon/lumen/documents/Optique>
- [9] DAVID JEANNETTE. "contributions à l'étude des résonateurs laser à l'état solide munis de miroirs coniques et holographiques". 2009.
- [10] <http://ressources.unisciel.fr/sillages/physique/optiqueondulatoire2a/res/diffraction.pdf>.
- [11] Véronique Zehnlé-Dhaoui Didier Dangoisse, Daniel Hennequin. "*Les lasers Cours et exercices corrigés*". Dunod, 22/05/2004 (2e édition).
- [12] Delshad O Abdul-Rahim and Saman Q Mawlood. "optimization of the geometrical parameters for the output mirror in a he-ne laser". *Science Journal of University of Zakho*, 1(1) :383–387, 2013.
- [13] Jean-René Lalanne, André Ducasse, and Stanisław Kielich. "*Interaction laser molécule : Physique du laser et optique non linéaire moléculaire*". Polytechnica, 1994.
- [14] <http://sites.unice.fr/site/aristidi/optique/diffraction.pdf>.
- [15] JG Yoo, YU Jeong, BC Lee, YJ Rhee, and SO Cho. "numerical simulation of laser resonators". *Journal of the Korean Physical Society*, 44(2) :293–302, 2004.
- [16] Richard Shuji Yamamoto. "numerical calculation of optical resonator losses". 1972.
- [17] William Culshaw. "further considerations on fabry-perot type resonators". *IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 10(5) :331–339, 1962.
- [18] J Kotik and MC Newstein. "theory of laser oscillations in fabry-perot resonators". *Journal of Applied Physics*, 32(2) :178–186, 1961.
- [19] DF Grevey, KF Badawi, JP Boquillon, B Taisne, and G Jacrot. "etude des caractéristiques d'une cavité laser en x de forte puissance". *Journal de Physique III*, 2(5) :871–883, 1992.

Annexe A

Annexe

Le code présenté ci-dessous nous a servi pour l'étude du comportement de l'onde laser.

```
qmax = 300; d = 1; lam = d; a = 25*d; b = 100*d/a; k = 2*Pi/d; c =  
Exp[I*Pi/4]*Sqrt[a]/(2*Sqrt[d]);  
fabs = Table[{x2,  
  Abs[c*NIntegrate[(Exp[-I*k*a*Sqrt[b^2 + (x1 - x2)^2]]/  
    Sqrt[Sqrt[b^2 + (x1 - x2)^2]]*(1 +  
      b/Sqrt[b^2 + (x1 - x2)^2]), {x1, -1, 1}]]], {x2, 0, 1,  
  0.01}}];  
farg = Table[{x2, ((Arg[  
  c*NIntegrate[(Exp[-I*k*a*Sqrt[b^2 + (x1 - x2)^2]]/  
    Sqrt[Sqrt[b^2 + (x1 - x2)^2]]*(1 +  
      b/Sqrt[b^2 + (x1 - x2)^2]), {x1, -1, 1}]]))}, {x2,  
  0, 1, 0.01}}];  
{ListLinePlot[fabs, Frame -> True, FrameLabel -> {"x", "Amplitude"},  
  PlotLabel -> "First Transit", PlotRange -> All, PlotStyle -> Blue],  
ListLinePlot[farg, Frame -> True,  
  FrameLabel -> {"x", "Relative Phase in degrees"}, Axes -> False,  
  PlotRange -> All, PlotStyle -> Blue]}  
u[0][x_] := 1; v[0][x_] := 0;  
Do[{u[q] =  
  Interpolation[  
    Table[{x2,  
      Re[c*NIntegrate[(u[q - 1][x1] +  
        I*v[q - 1][x1])*(Exp[-I*k*a*Sqrt[b^2 + (x1 - x2)^2]]/  
          Sqrt[Sqrt[b^2 + (x1 - x2)^2]]*(1 +  
            b/Sqrt[b^2 + (x1 - x2)^2]), {x1, -1, 1}]]], {x2, -1, 1,  
        0.01}}],  
  v[q] = Interpolation[  
    Table[{x2,  
      Im[c*NIntegrate[(u[q - 1][x1] +  
        I*v[q - 1][x1])*(Exp[-I*k*a*Sqrt[b^2 + (x1 - x2)^2]]/  
          Sqrt[Sqrt[b^2 + (x1 - x2)^2]]*(1 +  
            b/Sqrt[b^2 + (x1 - x2)^2]), {x1, -1, 1}]]], {x2, -1, 1,  
        0.01}}], {q, 1, qmax}}];  
amp1 = Interpolation[  
  Table[{q, (Abs[(u[q][.4] + I*v[q][.4])/(u[q - 1][.4] +  
    I*v[q - 1][.4])])}, {q, 1, 300}}]  
amp11 = Interpolation[  
  Table[{q, (Abs[(u[q][.25] + I*v[q][.25])/(u[q - 1][.25] +  
    I*v[q - 1][.25])])}, {q, 1, 300}}]  
loss = Interpolation[  
  Table[{q, (1 - (Abs[(u[q][.4] + I*v[q][.4])/(u[q - 1][.4] +  
    I*v[q - 1][.4])])^2)}, {q, 1, 300}}]  
loss5 = Interpolation[  
  Table[{q, (1 - (Abs[(u[q][.25] + I*v[q][.25])/(u[q - 1][.25] +  
    I*v[q - 1][.25])])^2)}, {q, 1, 300}}]  
{Show[{ListPlot[
```

```

Table[{q, (Abs[(u[q][.25] + I*v[q][.25])/(u[q - 1][.25] +
I*v[q - 1][.25])])}, {q, 80, 300}], PlotRange -> All,
Frame -> True,
FrameLabel -> {"Nombres de transits", "Amplitude relative"},
PlotRange -> All, PlotStyle -> Red],
Plot[amp11[q], {q, 80, 300}, PlotRange -> All]],
Plot[Abs[u[300][x] + I*v[300][x]], {x, -1, 1}, Frame -> True,
FrameLabel -> {"x", "Amplitude"}, PlotLabel -> "300 Transit"]}
{Show[{ListPlot[
Table[{q, (Abs[(u[q][.25] + I*v[q][.25])/(u[q - 1][.25] +
I*v[q - 1][.25])])}, {q, 80, 300}], PlotRange -> All,
Frame -> True,
FrameLabel -> {"Nombres de transits", "Amplitude relative"},
PlotRange -> All, PlotStyle -> Red],
Plot[amp11[q], {q, 0, 300}, PlotRange -> All]],
Plot[Abs[u[300][x] + I*v[300][x]], {x, -1, 1}, Frame -> True,
FrameLabel -> {"x", "Amplitude"}, PlotLabel -> "300 Transit"]}
{Show[{ListPlot[
Table[{q, (Abs[(u[q][.4] + I*v[q][.4])/(u[q - 1][.4] +
I*v[q - 1][.4])])}, {q, 80, 300}], PlotRange -> All,
Frame -> True,
FrameLabel -> {"Nombres de transits", "Amplitude relative"},
PlotRange -> All, PlotStyle -> Red],
Plot[amp1[q], {q, 80, 300}, PlotRange -> All]],
Plot[Abs[u[300][x] + I*v[300][x]], {x, -1, 1}, Frame -> True,
FrameLabel -> {"x", "Amplitude"}, PlotLabel -> "300 Transit"]}
{Show[{ListPlot[
Table[{q, (Abs[(u[q][.4] + I*v[q][.4])/(u[q - 1][.4] +
I*v[q - 1][.4])])}, {q, 80, 300}], PlotRange -> All,
Frame -> True,
FrameLabel -> {"Nombres de transits", "Amplitude relative"},
PlotRange -> All, PlotStyle -> Red],
Plot[amp1[q], {q, 0, 300}, PlotRange -> All]],
Plot[Abs[u[300][x] + I*v[300][x]], {x, -1, 1}, Frame -> True,
FrameLabel -> {"x", "Amplitude"}, PlotLabel -> "300 Transit"]}
{Show[{ListPlot[
Table[{q, (1 - (Abs[(u[q][.4] + I*v[q][.4])/(u[q - 1][.4] +
I*v[q - 1][.4])])^2)}, {q, 80, 300}], PlotRange -> All,
Frame -> True, FrameLabel -> {"Pertes(%)", PlotRange -> All,
PlotStyle -> Red}, Plot[loss[q], {q, 0, 300}]]}
{Show[{ListPlot[
Table[{q, (1 - (Abs[(u[q][.25] + I*v[q][.25])/(u[q - 1][.25] +
I*v[q - 1][.25])])^2)}, {q, 80, 300}], PlotRange -> All,
Frame -> True, FrameLabel -> {"Pertes(%)", PlotRange -> All,
PlotStyle -> Red}, Plot[loss5[q], {q, 0, 300}]]}
{Show[{ListPlot[
Table[{q, (1 - (Abs[(u[q][.4] + I*v[q][.4])/(u[q - 1][.4] +
I*v[q - 1][.4])])^2)}, {q, 80, 300}], PlotRange -> All,
Frame -> True, FrameLabel -> {"Pertes(%)", PlotRange -> All,
PlotStyle -> Red}, Plot[loss[q], {q, 80, 300}]]}
{Show[{ListPlot[
Table[{q, (Abs[(u[q][.0] + I*v[q][.0])/(u[q - 1][.0] +
I*v[q - 1][.0])])}, {q, 80, 300}], PlotRange -> All,
Frame -> True,
FrameLabel -> {"Nombres de transits", "Amplitude relative"},
PlotRange -> All, PlotStyle -> Red],
Plot[amp1[q], {q, 80, 300}, PlotRange -> All]],
Plot[Abs[u[300][x] + I*v[300][x]], {x, -1, 1}, Frame -> True,
FrameLabel -> {"x", "Amplitude"}]}
{Plot[{Interpolation[fabs][x]/Interpolation[fabs][0],
Abs[u[300][x] + I*v[300][x]]/Abs[u[300][0] + I*v[300][0]]}, {x, .0,
1}, Frame -> True, FrameLabel -> {"x", "Amplitude"},
PlotLegends -> {"First Transit", "After 300 Transits"}},
Plot[{((Interpolation[farg][x] - Interpolation[farg][0])
Pi), ((Arg[u[300][x] + I*v[300][x]] -
Arg[u[300][0] + I*v[300][0]))}, {x, .0, 1},
Frame -> True, FrameLabel -> {"x", "Relative Phase in Degrees"},
Axes -> False,
PlotLegends -> {"First Transit", "After 300 Transits"}]}

```


Résumé

L'étude effectuée et présentée dans ce mémoire concerne, en première approche, l'élaboration de méthodes numériques permettant de calculer les effets de propagation relatifs à une impulsion optique en fonction du nombre de transits (aller-retour) dans un résonateur optique et du nombre de Fresnel. L'objectif est d'étudier l'influence de ces paramètres sur les pertes occasionnées par diffraction sur les bords des miroirs constituant cette cavité. Le résonateur utilisé à cette fin est du type Fabry Perrot. Une méthode d'itération numérique est utilisée pour résoudre des équations intégrales issues d'intégrales de Fresnel-Kirchoff, dans l'approximation de Fresnel et dans l'approximation paraxiale. Afin de confirmer la fiabilité des codes établis, les conditions utilisées par de précédentes études ont été considérées, vérifiant le bon accord existant avec les résultats obtenus par d'autres auteurs et les prédilections physiques. En seconde étape, les codes implémentés sont appliqués pour l'étude de l'évolution des amplitudes relatives et phases du champ.

Mots-clés : *Pertes, diffraction, cavité, laser, miroirs, transits, Fresnel.*

Abstract

The study carried out and presented in this report concerns, at a first approach, the development of numerical methods allowing to calculate the propagation effects relating to an optical pulse according to the number of transits (round trip) in an optical resonator and the Fresnel number. The objective is to study the influence of these parameters on the losses induced by diffraction on the edges of the mirrors constituting this cavity. The resonator used for this purpose is of the Fabry Perrot type. A numerical iteration method is used to solve integral equations derived from Fresnel-Kirchoff integrals, in the Fresnel approximation and in the paraxial approximation. In order to confirm the reliability of the established codes, the conditions used by previous studies were considered, verifying the good agreement existing with the results obtained by other authors and the physical predilections. In the second step, the implemented codes are applied for the study of the evolution of the relative amplitudes and phases of the field.

Key words : *Losses, diffraction, cavity, laser, mirrors, transits, Fresnel.*